Lösungen

1 Die Mondentfernung

1. **Mond- und Erdschattengröße**

   Das beiliegende Foto (B. Gährken, Rheda-Wiedenbrück) zeigt den Beginn der totalen Mondfinsternis am **17.10.1986**, gegen 19.15 Uhr MEZ, S. 87). Bestimme den scheinbaren Radius von Mond und Erdschatten so genau wie möglich dadurch, daß du von den auf die Folie gezeichneten Kreisen diejenigen heraussuchst, die sich am besten an die Krümmung anpassen. (Da du nur das *Verhältnis* der Radien benötigst, kannst du statt der Winkelradien auch die Radien auf dem Bild benutzen!)

   $$\frac{r_{KS}}{r_M} = \frac{139mm}{48.5mm} = 2.87$$

2. **vereinfachte Abschätzung der Mondentfernung**

   Schätze aus diesem Ergebnis die Mondentfernung unter der vereinfachenden Annahme ab, der Kernschatten sei ebenso groß wie die Erde und der Winkelradius des Mondes betrage 0.26°.

   $$\tan r_M = \frac{R_M}{d_M} \quad \Longrightarrow \quad d_M = \frac{1}{r_M} R_M = \frac{180^\circ}{0.26^\circ \pi} \frac{r_M}{r_{KS}} R_E = 77 R_E$$

3. **verbesserte Bestimmung der Mondentfernung**

   (a) Bestimme mit Hilfe der Finsternisgleichung (3) die Mondparallaxe π_M und daraus mit Hilfe von (4) die Mondentfernung als Vielfaches des Erdradius!

   $$\pi_M = 0.26^\circ(1 + 2.87) = 1.01^\circ,\ d_M = \frac{R_E}{\pi_M} = 57.0 R_E$$

   (b) Tatsächlich betrug der Winkelradius des Mondes zur Zeit der Aufnahme 0.253°. Vergleiche die sich daraus ergebende Mondentfernung mit dem tatsächlichen Wert $d_M = 61.6 R_E$!

   $$\pi_M = 0.98^\circ,\ d_M = 58.3 R_E$$

4. **Exzentrizität der Mondbahn**

   Das zweite beiliegende Foto (P. Parviainen [**?**]) zeigt den Vergleich zweier Vollmondbilder, die *etwa* bei Mondnähe und Mondferne aufgenommen wurden.

(a) Miß die beiden scheinbaren Monddurchmesser aus, und schätze daraus die Exzentrizität der Mondbahn ab (Literaturwert: $\varepsilon = 0.0549$)!

$$\frac{a(1+\varepsilon)}{a(1-\varepsilon)} = \frac{r_{M_1}}{r_{M_2}} = \frac{116mm}{105.5mm} = 1.10 \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon = \frac{r_{M_1} - r_{M_2}}{r_{M_1} + r_{M_2}} = \frac{\frac{r_{M_1}}{r_{M_2}} - 1}{\frac{R_{M_1}}{r_{M_2}} + 1} = 0.0474$$

(b) Wie groß ist also der Unterschied zwischen größter und kleinster Mondentfernung ungefähr (Literaturwert: 50000km)?

$$\Delta d_M \approx d_M(1+\varepsilon) - d_M(1-\varepsilon) = 2d_M\varepsilon \approx 5.7R_E \approx 36000km$$

(c) Wie weit ist also der Mittelpunkt der Mondbahn vom Erdmittelpunkt entfernt?

$$d(M_{Erde}, M_{Mondbahn}) = \varepsilon a = 18000km$$

(d) Wie stark unterscheidet sich die Mondbahn von einem Kreis, wie groß ist also die Differenz zwischen großer und kleiner Halbachse der Mondbahn?

$$a - b = a(1 - \sqrt{1-\varepsilon^2}) \approx \frac{a}{2}\varepsilon^2 \approx 0.001a \approx 400km$$

2 Die Marsbahn

Im folgenden wird vereinfachend angenommen, daß Erde und Mars *gleichförmig auf konzentrischen Kreisen um die Sonne* laufen. Zunächst wird darüberhinaus vorausgesetzt, daß *Marsbahn und Erdbahn in derselben Ebene liegen.*

1. **Die siderische Umlaufzeit von Mars**

   Die letzten Marsoppositionen fielen auf den **7. Januar 1993**, den **11. Februar 1995** und den **17. März 1997** (Wie kann man das feststellen?). Aus diesen Angaben soll zunächst die **siderische Umlaufzeit T_{sid}** von Mars abgeleitet werden.

   Trage dazu in die folgende Abbildung die Positionen von Erde und Mars für die drei Oppositionszeitpunkte ein. Zur Hilfe dienen die folgenden Teilaufgaben:

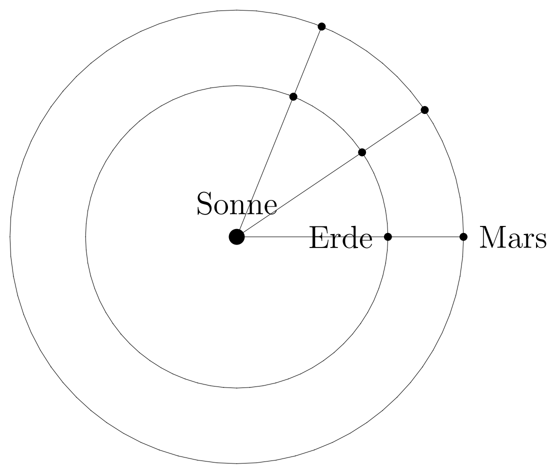


Abbildung 3: Sonne und Erde am 7. Januar 1993

   (a) Wie groß ist die **mittlere Winkelgeschwindigkeit μ_E** der Erde, d.h. die Geschwindigkeit, mit der der Leitstrahl Sonne-Erde umläuft?

$$\mu_E = \frac{360°}{365.25d} = 0.986°/d$$

   (b) Welche Abschätzung für die **synodische Umlaufzeit T_{syn}**[1] von Mars ergibt sich aus oben angegebenen Oppositionsdaten (Literaturwert: T_{syn} = 780 Tage)[2]?

$$T_{syn} = 765 \text{ Tage}$$

[1] Die synodische Umlaufzeit ist die Zeit, die vergeht, bis der Planet *von der Erde aus gesehen* wieder dieselbe Stellung relativ zur Sonne hat, z.B. also die Zeitspanne zwischen zwei Oppositionen des Planeten.

[2] Der sich ergebende Wert ist deutlich zu klein, weil sich Mars zur Zeit der Opposition nahe bei seinem Aphel befindet, sich also deutlich langsamer bewegt als im Mittel. Für einen besseren Wert muß über viele synodische Umläufe gemittelt werden.

(c) Wie groß groß ist der **Zentralwinkel $\boldsymbol{\varepsilon}$**, den die Erde in dieser Zeit überstreicht, wie groß demnach der von Mars überstrichene Winkel $\boldsymbol{\beta}$?

$$\varepsilon = \mu_E T_{syn} = 754° = 2 \cdot 360° + 34° \quad \Longrightarrow \quad \beta = 360° + 34° = 394°$$

(d) Welche Werte für die Winkelgeschwindigkeit μ_M und die siderische Umlaufzeit T_{sid} (Zeit für einen Umlauf um die Sonne bzgl. der Fixsterne) von Mars (Literaturwert: 687 Tage) ergeben sich daraus?

$$\mu_M = \frac{394°}{765d} = 0.542°/d \quad \Longrightarrow \quad T_{sid} = 699 \text{ Tage}$$

2. **Rekonstruktion des zweiten Teils der Marsschleife 1993**

   (a) Übertrage die Positionen auf den beiliegenden Fotos (von Joachim Reinhardt, Hamburg) auf die auf Folie kopierte Sternkarte *gleichen Maßstabs* ([**?**]). Bringe dazu jeweils die Zwillingssterne Castor und Pollux auf Foto und Folie zur Deckung!

   (b) Füge die Position am Tage der Opposition (**7.1.**) hinzu, indem du zwischen den beiden benachbarten Positionen linear interpolierst!

3. **Bestimmung des Marsbahnradius**

   (a) Bestimme für die Positionen *während der Rückläufigkeit* die Anzahl Δt der seit dem Tag der Opposition verstrichenen Tage, und berechne die in diesen Zeiten von Erde und Mars überstrichenen Zentralwinkel ε und β.

Datum	Δt	ε	β	d	η	r_M
2.1.1993	-5	-4.9	-2.7		-2.0	1.47
16.1.1993	9	8.9	4.9		3.5	1.47
29.1.1993	22	21.6	11.9		7.3	1.47
20.2.1993	44	43.4	23.8		8.9	1.46

   (b) Miß in der Sternkarte die Abstände d (in cm) von der Oppositionsposition und die zugehörigen Positionsveränderungen η von Mars, indem du zunächst den Maßstab der Karte bestimmst (z.B. auf der Ekliptik oder in Richtung der Deklination).

$$\text{Maßstab: } 1.8°/cm$$

   (c) Der Radius r_M der Marsbahn (Literaturwert für die große Halbachse: a=1.52 AE) kann dann aus Gleichung (1) berechnet werden.

4. **Bahnneigung i und Knotenlänge $\boldsymbol{\Omega}$**

(a) Miß in der Sternkarte (mit Hilfe der eingezeichneten Ekliptik) die geozentrisch ekliptikalen Koordinaten (λ_g, β_g) der Marsposition am Tage der Opposition aus!

$$\lambda_g = 108^\circ, \quad \beta_g = 3.9^\circ$$

(b) Leite daraus mit Hilfe von Abb. 4 und Gleichung (2) die heliozentrisch ekliptikalen Koordinaten (λ_h, β_h) von Mars am 7.1. ab!

$$\lambda_h = 108^\circ, \quad \beta_h = 1.3^\circ$$

(c) Der letzte Knotendurchgang von Mars fand am **15.9.1992** statt (Wie kann man das feststellen?). Welchen Winkel ν_M hat Mars seitdem überstrichen? Berechne daraus die Neigung i der Marsbahn nach (3) (Literaturwert: 1.85°) und daraus nach (4) die heliozentrisch ekliptikale Länge Ω des Marsbahnknotens (Literaturwert: 49.5°). (Wegen der kleinen Bahnneigung kannst du dabei $\Delta\lambda \approx \nu_M$ annehmen.)

$$\begin{aligned}
\nu_M = \mu_M \Delta t &= \mu_M 114d = 61.8^\circ \\
i = \arcsin \frac{\sin \beta_h}{\sin \nu_M} &= \arcsin \frac{\sin 1.3^\circ}{\sin 61.8^\circ} = 1.5^\circ \\
\Omega = \lambda_g - \nu_M &= = 48.3^\circ
\end{aligned}$$

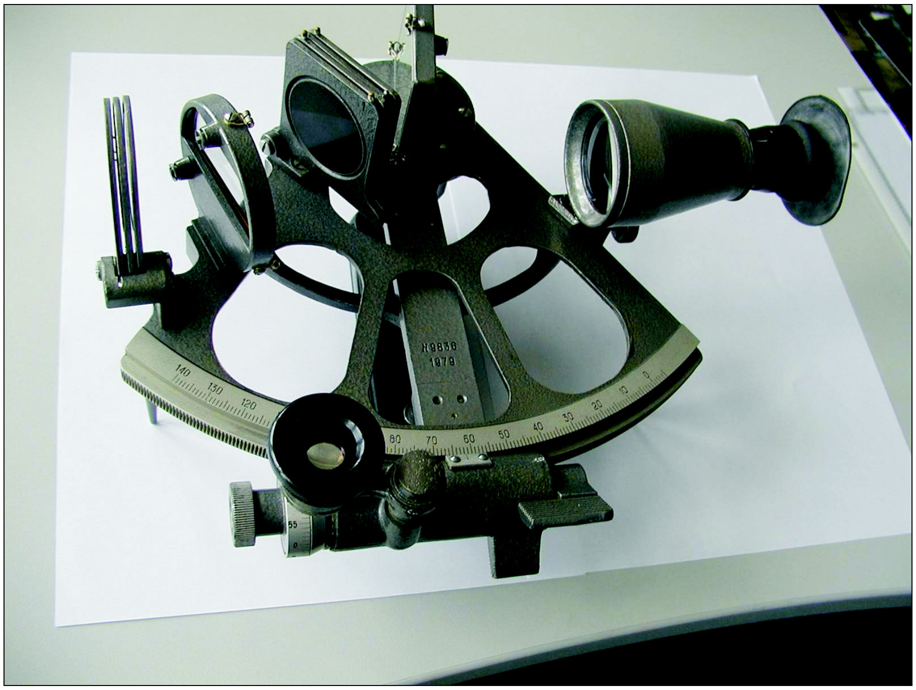


Abbildung 1: Aufbau des Sextanten

3 Sonnenentfernung nach Aristarch

Am **29. April 1993** lag der Zeitpunkt des 1. Viertels laut astronomischem Jahrbuch um **13.41 Uhr MEZ**. Das bedeutete, dass der Mond hinreichend hoch über dem Horizont stehen sollte, um gleichzeitig mit der Sonne zu sehen zu sein. Aus organisatorischen und meteorologischen Gründen liegen leider nur Messwerte aus der Zeit zwischen 13.30 Uhr und 14.40 Uhr vor.

Mit einem Sextanten wurden in Bremen die folgenden Winkelabstände zwischen Sonne und Mond gemessen:

MEZ		Winkel		MEZ		Winkel	
h	min	Grad	min	h	min	Grad	min
13	31	90	36.6	14	3		49.6
	35		36.6		6		51.8
	38		37.7		12		54.7
	41		38.6		15		57.8
	45		41.5		20	91	3.7
	49		43.2		27		4.2
	52		44.6		33		6.7
	55		45.0		37		10.3
					41		10.2

Tabelle: Winkeldistanzen zwischen Sonne und Mond, gemessen in Bremen am 29.4.1993

1. Zum im Kalender angegebenen Zeitpunkt für das 1. Viertel beträgt die Winkeldistanz bereits mehr als 90°. Welche Gründe können dafür verantwortlich gemacht werden?

   - „1. Viertel“ und „Halbmond“ beschreiben verschiedene Konstellationen (s. Abb. 2): Bei Halbmond liegt im Dreieck Erde - Sonne - Mond der rechte Winkel beim Mond, beim 1. Viertel jedoch bei der Erde. Zur Zeit des 1. Viertels sollte also der gemessene Winkel genau 90° betragen. Gemessen wurde aber $90°38'.6$!

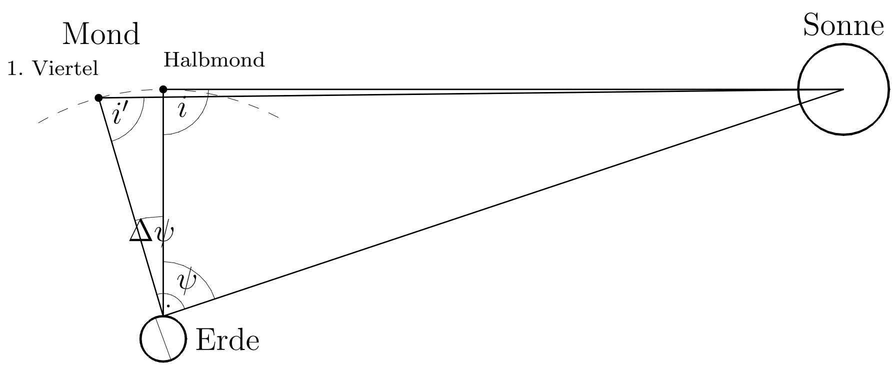


Abbildung 2: Unterschied zwischen 1. Viertel und Halbmond

   - Wenn auf der Tagseite der Erde gerade das 1. Viertel eintritt, ist die Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond auf der Nachtseite noch deutlich kleiner als 90° (s. Abb. 3). Die Erde ist etwa viermal so groß wie der Mond. Sie erscheint deshalb, vom Mond aus betrachtet, unter einem Winkel von etwa 2°. Um diesen Winkel können sich also die von verschiedenen Punkten der Erde aus gemessenen Winkeldistanzen zwischen Mond und Sonne maximal unterscheiden. Die Zeitpunkte für das 1. Viertel differieren deshalb um bis zu 4 Stunden:

$$\Delta T \leq 2° \frac{29.5d}{360°} \approx 4h$$

     Die Folgerung ist naheliegend: *Die im „Himmelsjahr“ angegebenen Zeiten beziehen sich auf den Erdmittelpunkt.*

2. Stellen Sie die Messwerte grafisch dar und extrapolieren Sie großzügig! Korrigieren Sie dabei die Messwerte um den Nullpunktsfehler des Sextanten von $-3'$. Wann trat in Bremen der Zeitpunkt 1. Viertel ein?

   1. Viertel war um 12.27 Uhr.

3. Diskutieren Sie das entstandene Diagramm!

   (a) Schätzen Sie die Dauer des **synodischen Monats** ab, der Zeit also, die zwischen zwei Neumonden vergeht.

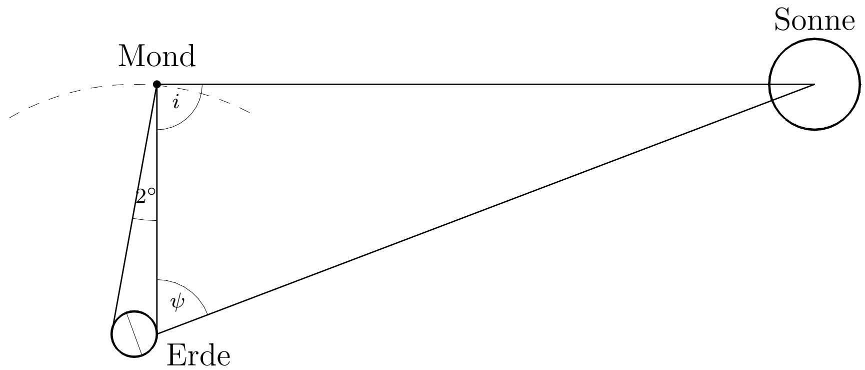


Abbildung 3: Einfluss der Mondparallaxe

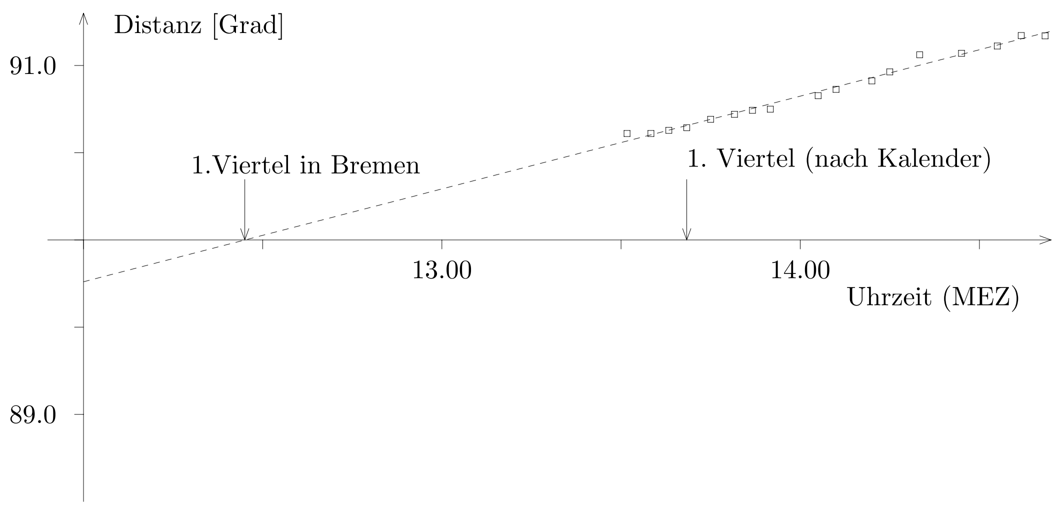


Abbildung 4: Grafische Darstellung der Messergebnisse

Mit Hilfe der vereinfachenden Annahme eines gleichförmigen Mondumlaufes ergibt sich aus der Steigung der Ausgleichsgeraden ($0.532°/h$) - aus Messwerten, die innerhalb einer Stunde gewonnen wurden! - die Länge des synodischen Monats zu $28.2d$. Dieser Wert ist, verglichen mit dem wahren Wert von $29.5d$, erstaunlich gut.

(b) Schätzen Sie aus der gemessenen Winkeldistanz zum Zeitpunkt des 1. Viertels die Entfernung des Mondes ab!

Aus der Messung ($90°38'.6$) ergibt sich, dass die Mondparallaxe π_M mindestens $38'.6$ betragen muss. Denn zum Zeitpunkt der Messung lag Bremen nicht in der extremalen Position in Abb. 3. Daraus folgt aber:

$$\pi_M \geq 38'.6 \Longrightarrow \frac{r_M}{R_E} = \frac{1}{\pi_M} \leq 89.$$

Dieser Wert ist nur um 50% zu groß.

4. Nach Computerberechnungen trat in Bremen Halbmond bereits um **12.04 Uhr MEZ** ein.

Bestimmen Sie den aus den Messwerten extrapolierten Winkelabstand zu diesem Zeitpunkt und berechnen Sie daraus die Entfernung der Sonne!

Nach der linearen Extrapolation der Messungen wäre um diese Uhrzeit $\psi = 89°50'45''$ gemessen worden. Damit ergibt sich:

$$\frac{r_M}{r_S} = \arccos 89°50'45'' \qquad \Longrightarrow \qquad r_S = 372 r_M.$$

4 Römer

Römers Methode zur Messung der Lichtgeschwindigkeit soll anhand der Verfinsterungszeitpunkte nachvollzogen werden, die einem astronomischen Kalender für 1997 ([**?**]) entnommen wurden.

1. (a) Warum kann man nicht alle Verfinsterungen Ios beobachten?
   Jupiter muß über, die Sonne unter dem Horizont stehen.
   (b) Warum lassen sich *vor* der Opposition nur die *Eintritte* Ios in den Jupiterschatten (**VA** für Verfinsterungsanfang), nach der Opposition dagegen nur die Austritte (**VE**) beobachten?
   Aus geometrischen Gründen (s. Abb. 1)
2. Den Werten kann man eine Schätzung T_{appr} für Ios Umlaufzeit entnehmen. Wie groß ist diese?
$$\boldsymbol{T_{appr} = 1.770139\ Tage}$$
3. Bestimme mit Hilfe von T_{appr} die Anzahl $\mathbf{n_i}$ der Umläufe zwischen den beobachtbaren Verfinsterungen.
4. Aus den Zeitspannen dt_i und der Anzahl der Umläufe ergeben sich die jeweiligen mittleren Umlaufzeiten $\mathbf{T_i}$.
5. Berechne die tatsächliche (synodische) Umlaufzeit T_{Io} von Io als gewichtetes Mittel aller T_i (d.i. die insgesamt vergangene Zeit dividiert durch die Anzahl der Umläufe[3]).
$$\boldsymbol{T_{Io} = 1.769873\ Tage}$$
6. Mit T_{Io} läßt sich berechnen, wieviel Zeit Δt_{erw} zwischen den Verfinsterungsenden am **20.8.** und am **15.12.** vergehen müßte.
$$\boldsymbol{\Delta t_{erw} = 116.811618\ Tage}$$
7. Wie groß ist aber die tatsächlich beobachtete Zeitspanne Δt_{gem}?
$$\boldsymbol{\Delta t_{gem} = 116.819444\ Tage}$$
8. Der Austritt Ios aus dem Jupiterschatten am 15.12. verspätet sich also um
$$\boldsymbol{\Delta t_L = \Delta t_{gem} - \Delta t_{erw} = 11.53\mathrm{min}}$$
9. Die Änderung der Entfernung $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{d}$ zwischen Erde und Jupiter zwischen dem 20.8. und dem 15.12. kann aus den bekannten Werten für den Radius der (als kreisförmig angenommenen) Jupiterbahn ($\mathbf{r_{Jup} = 5.0AE}$) und die synodische Umlaufzeit ($\mathbf{T_{syn} = 398.9\ Tage}$) Jupiters bestimmt werden:

[3] Das ist das beste, was man mit den Daten eines Jahres tun kann: Man muß hoffen, daß sich die Laufzeitfehler vor und nach der Opposition ungefähr kompensieren!

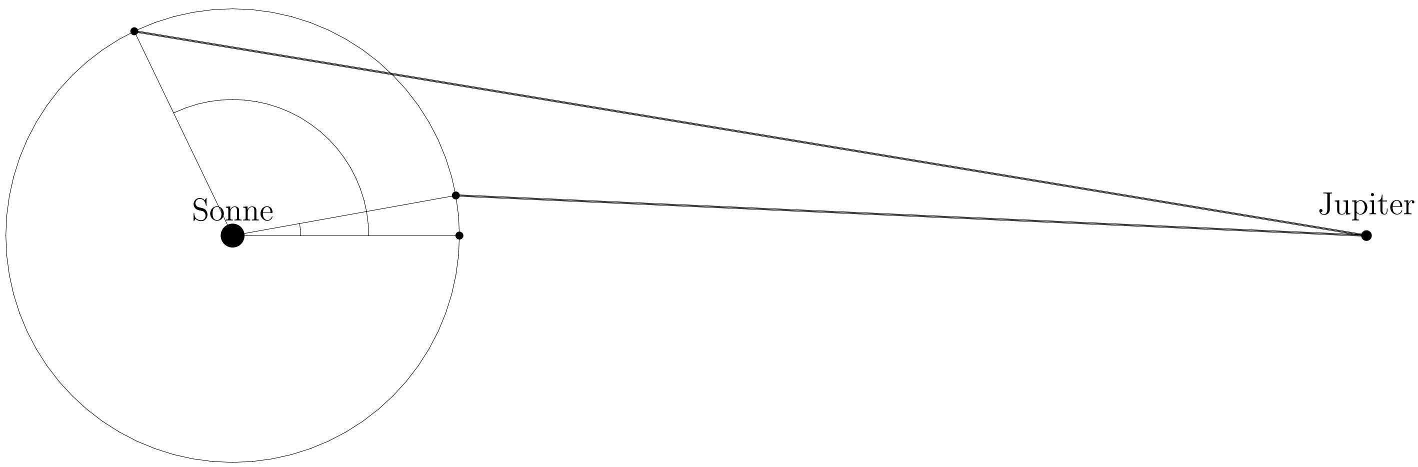


Abb. 2 Positionen der Erde in dem Bezugssystem, in dem Sonne *und* Jupiter ruhen[4]

(a) Zeichne die Position der Erde zum Zeitpunkt der Jupiteropposition ein!

(b) Bestimme die Positionen der Erde am 20.8. und 15.12., und zeichne sie ein[5]. Berechne dazu zunächst die seit der Opposition verstrichenen Zeiten!

$\Delta_1 = 11.352778$ *Tage*, $\Delta_2 = 128.172223$ *Tage*

Daraus ergibt sich für die zugehörigen Zentralwinkel

$\varphi_1 = 10.2°$, $\varphi_2 = 115.7°$

(c) Nun lassen sich die Entfernungen $\mathbf{d_1}$ und $\mathbf{d_2}$ berechnen oder in der Zeichnung ausmessen:

$$\boldsymbol{d_1 = 4.08AE,\ d_2 = 5.57AE}$$

(d) Die Zunahme der Entfernung $\mathbf{\Delta d}$ beträgt also

$$\boldsymbol{\Delta d = 1.49AE}$$

(e) Für diese zusätzliche Entfernung benötigt das Licht die Zeit Δt_L. Seine Geschwindigkeit beträgt also

$$\boldsymbol{c = \frac{\Delta d}{\Delta t_L} = 0.129\frac{AE}{min}}$$

10. Ist die Größe der Astronomischen Einheit bekannt (**1 AE = 150 000 000 km**), dann kann aus diesem Ergebnis die absolute Lichtgeschwindigkeit abgeleitet werden:

$$\boldsymbol{c = 323000\frac{km}{s}}$$

[4] In diesem Bezugssystem beträgt die Umlaufzeit der Erde um die Sonne gerade eine synodische Umlaufzeit von Jupiter!

[5] Von Norden aus betrachtet bewegt sich die Erde im entgegengesetzten Umlaufsinn um die Sonne herum.

Heute, da man die Lichtgeschwindigkeit bereits auf einem Labortisch messen kann, die Astronomische Einheit aber immer noch sehr schwierig zu bestimmen ist, liegt es näher, mit Hilfe der Io-Verfinsterungen aus dem bekannten Wert für die Lichtgeschwindigkeit ($\mathbf{c = 300\ 000 \frac{km}{s}}$) die Größe der Astronomischen Einheit abzuleiten:

$$\boldsymbol{1AE = 139000000km}$$

5 Beobachtbare Io-Verfinsterungen 1997

Datum	Mez	Art	jul. Datum -2450000	dt[Tage]	Anzahl der Umläufe	T_i[Tage]
25. 3.	5.19	VA	532.679861	38.934722	22	1.769760
3. 5.	3.45	VA	571.614583	38.934028	22	1.769729
11. 6.	2.10	VA	610.548611	15.927778	9	1.769753
27. 6.	0.26	VA	626.476389	7.079167	4	1.769792
4. 7.	2.20	VA	633.555556	8.848611	5	1.769722
12. 7.	22.42	VA	642.404167	7.079166	4	1.769792
20. 7.	0.36	VA	649.483333	7.079167	4	1.769792
27. 7.	2.30	VA	656.562500	1.770139	1	1.770139
28. 7.	20.59	VA	658.332639			
9. 8.	15.00	Opposition	670.083333			
20. 8.	23.28	VE	681.436111			
28. 8.	1.22	VE	688.515278	7.079167	4	1.769792
29. 8.	19.51	VE	690.285417	1.770139	1	1.770139
5. 9.	21.45	VE	697.364583	7.079167	4	1.769792
12. 9.	23.40	VE	704.444444	7.079861	4	1.769965
21. 9.	20.04	VE	713.294444	8.850000	5	1.770000
28. 9.	21.59	VE	720.374306	7.079861	4	1.769965
7.10.	18.23	VE	729.224306	8.850000	5	1.770000
14.10.	20.18	VE	736.304167	7.079861	4	1.769965
21.10.	22.13	VE	743.384028	7.079861	4	1.769965
30.10.	18.38	VE	752.234722	8.850694	5	1.770139
6.11.	20.33	VE	759.314583	7.079861	4	1.769965
15.11.	16.57	VE	768.164583	8.850000	5	1.770000
22.11.	18.53	VE	775.245139	7.080556	4	1.770139
8.12.	17.12	VE	791.175000	15.929861	9	1.769985
15.12.	19.08	VE	798.255556	7.080556	4	1.770139

6 Sonnenentfernung aus einem Venustransit

Gegeben seien zwei „Fotos“ des Venustransits vom 6. Juni 1761, um 7.00 UT simultan aufgenommen von Koblenz und von Windhoek aus. An dem Tag betrug der Winkeldurchmesser der Sonne $31.5'$.

1. Bestimmen Sie die parallaktische Verschiebung $\Delta\beta$ des Venusscheibchens.

   Auf dem Bild misst man, dass der Abstand der beiden Venusscheibchen recht genau 1.4% des Durchmessers des Sonnenbildes beträgt, also

$$\Delta\beta = 31'.5 * 0.014 = 26''.46$$

2. Am fraglichen Tag betrug der Abstand der Erde von der Sonne $r_E = 1.015AE$, der Abstand der Venus von der Erde $r_E - r_V = 0.289AE$. Berechnen Sie daraus den Winkelabstand β_S, den die beiden Beobachter von der Sonne aus haben.

   Nach Gleichung (**??**) ergibt sich

$$\beta_S = 0.389\Delta\beta = 10''.50.$$

3. Die geografischen Koordinaten der beiden Orte sind:

   Koblenz: $\varphi_K = 50.24°,\ \lambda_K = 7.36°$,

   Windhoek: $\varphi_W = -22.34°,\ \lambda_W = 17.05°$.

   Berechnen Sie aus diesen Angaben die Länge des Verbindungsvektors Δ!

   Rechnet man die Polarkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten um und berechnet dann die Länge des Verbindungsvektors, ergibt sich:

$$\Delta = 1.19R_E$$

4. Nehmen Sie zunächst an, der Verbindungsvektor der beiden Städte stehe senkrecht auf der Verbindungslinie Erde-Sonne. Wie groß ist die Sonnenparallaxe π_S, die sich aus dieser Annahme ergibt?

   Nach (**??**) ergibt sich

$$\pi_S \stackrel{w=90°}{=} \frac{R_E}{\Delta}\beta_S = 8''.82$$

5. Um den Winkel w bestimmen zu können, braucht man die Koordinaten der Erde, der Sonne und der beiden Orte in *demselben* Koordinatensystem. Dazu bietet sich das geozentrische Äquatorialsystem an.

   Die Sonne hat am 6. Juni die Position

$$\alpha_S = 4h57min28s \stackrel{\triangle}{=} 74.37°,\ \delta_S = 22°39'.6 = 22.66°.$$

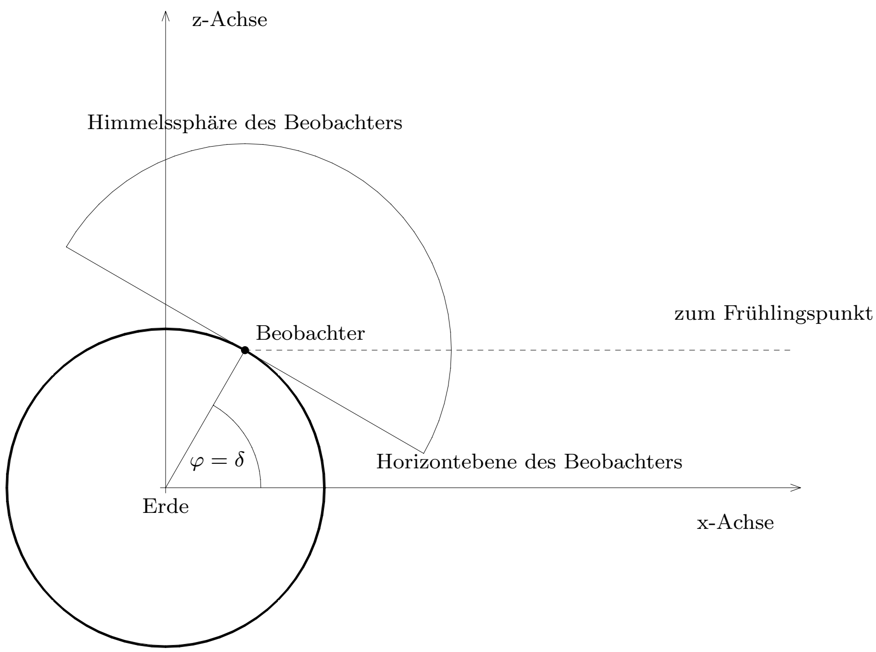


Abbildung 5: Zur Bestimmung der geozentrisch äquatorialen Koordinaten der Beobachtungsorte: Wenn die lokale Sternzeit 0h ist, der Frühlingspunkt also gerade kulminiert, ist die Rektaszension des Beobachtungsortes auch 0h.

Die Deklination der beiden Beobachtungsorte stimmt mit ihrer geografischen Breite überein, ihre Rektaszension ist gleich ihrer Sternzeit.

Am 6.6.1761 betrug um 0.00h UT die Sternzeit in Greenwich

$$\Theta_{0_{Gr}} = 16h58min24s.$$

Berechnen Sie aus dieser Angabe die äquatorialen Koordinaten der beiden Orte! Berücksichtigen Sie dabei, dass die Sternzeit um den Faktor 1.0027379 schneller geht als die mittlere Sonnenzeit.

$$\Theta_{Gr} = \Theta_{0_{Gr}} + 7.00 * 1.0027379 = 23h59min33s.$$

Die Sternzeit an einem beliebigen Ort der geografischen Länge λ beträgt zu derselben Zeit

$$\Theta = \Theta_{Gr} + \frac{4min}{1^\circ}\lambda$$

Damit ergibt sich:

$$\Theta_K = 0h28min59s, \ \Theta_W = 1h07min45s$$

Die äquatorialen Koordinaten der Beobachtungsorte betragen also

Koblenz: $\alpha_K = 7.246°,\ \delta_K = 50.24°$,

Windhoek: $\alpha_W = 16.938°, \delta_W = -22.34°$.

6. Berechnen Sie aus Ihren Ergebnissen den Projektionswinkel w und daraus den projizierten Abstand $\Delta_\perp$ und korrigieren Sie das Ergebnis für die Sonnenparallaxe entsprechend!

   Rechnet man die Positionen in rechtwinklige Koordinaten um und berechnet den Verbindungsvektor Koblenz-Windhoek, dann erhält man den gesuchten Winkel w, indem man das Skalarprodukt des entsprechenden Einheitsvektors $\vec{e}_{KW}$ mit dem (Einheits-) Richtungsvektor $\vec{e}_S$ zur Sonne bildet. Auf diese Weise erhält man

$$\vec{e}_S \cdot \vec{e}_{KW} = \cos w = -0.179 \quad \Longrightarrow \quad w = 100.28°$$

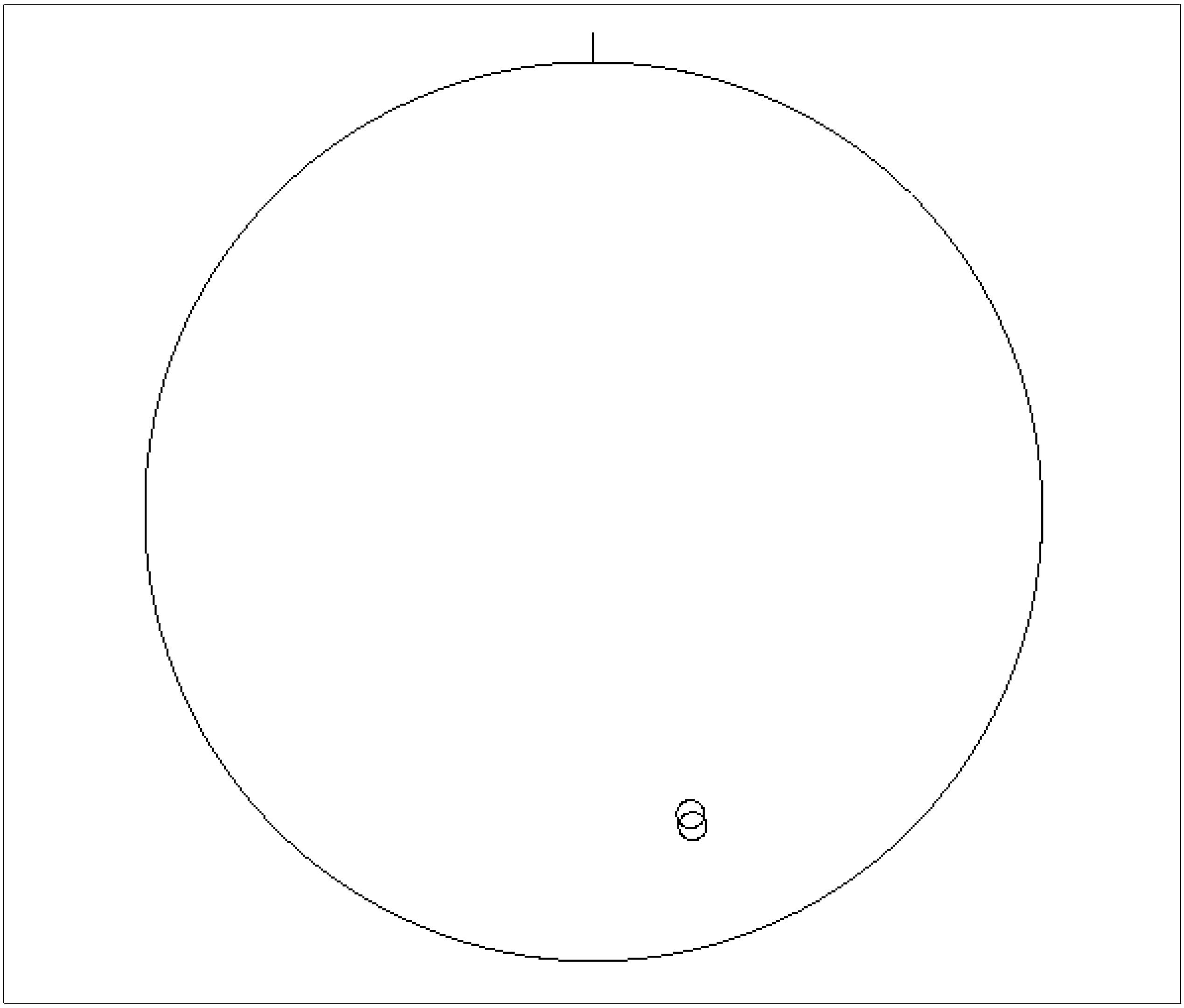
   Der projizierte Abstand der beiden Städte beträgt also $\Delta_\perp = 1.172 R_E$.

   Daraus folgt schließlich das Endergebnis:

$$\pi_S = 8''.96$$

7. Wie groß ist die Entfernung zur Sonne, die sich daraus ergibt?

$$\pi_S = \frac{R_E}{1AE} \quad \Longrightarrow \quad 1AE = 23021 R_E = 146600000 km$$



7 Doppler-Effekt

Die Bestimmung der Bahngeschwindigkeit der Erde soll anhand zweier Spektren des Sternes **Arktur** (Abb. 2, aus [?], S. 86) nachvollzogen werden, die am **1.7.1939 (a)** und am **19.1.1940 (b)** auf dem Mt. Wilson aufgenommen wurden. Die Abbildung zeigt zum Vergleich die Emissionslinien eines Eisenbogens unmittelbar vor dem Spektrographen. Dieselben Linien enthält das Arkturspektrum in Absorption, jedoch deutlich verschoben.

Wegen der winzigen Abweichung der Erdbahn von der Kreisform und der geringen Schwankung der Bahngeschwindigkeit soll im folgenden angenommen werden, *die Erde bewege sich gleichförmig auf einem Kreis, in dessen Mittelpunkt sich die Sonne befindet.*

1. Am **21. März 1939** sei die geozentrisch ekliptikale Länge der Sonne $\lambda_{\mathbf{S}} = \mathbf{0}°$.

   (a) Wie groß ist dann die **heliozentrisch ekliptikale Länge $\boldsymbol{\lambda_E}$** der Erde am 1.7. und am 19.1.? Berechne dazu zunächst die mittlere tägliche Bewegung μ_E der Erde (in $°/d$)!

$$\mu_E = \frac{360°}{365.25d} = 0.9856°/d$$

$$\Delta t_a = 11{+}30{+}31{+}30 = 102d,\ \Delta t_b = \Delta t_a{+}31{+}31{+}30{+}31{+}30{+}31{+}18 = 304d$$

$$\lambda_{E_i} = 180° + \mu_E \Delta t_i \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{E_a} = 280.5°,\ \lambda_{E_b} = 119.6°$$

   (b) Wie groß ist demzufolge die **heliozentrisch ekliptikale Länge $\boldsymbol{\lambda_v}$** der Bewegungsrichtung der Erde an den beiden Tagen?

$$\lambda_{v_i} = \lambda_{E_i} + 90° \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{v_a} = 10.5°,\ \lambda_{v_b} = 209.6°$$

2. Bestimme mit Hilfe der Spektren in Abb. 2 die **gesamte Wellenlängenänderung $\boldsymbol{\Delta\lambda}$** zwischen dem 1.7. und dem 19.1. im Verhältnis zur Laborwellenlänge λ_L. Geeignet erscheinen dafür besonders die Linien $\lambda_L = 4222.2$Å und $\lambda_L = 4250.1$Å. Bestimme dazu zunächst den Maßstab des Spektrums (in Å$/cm$). Bei der Abstandsbestimmung versuche, Zehntelmillimeter abzuschätzen!

$$20.55cm \mathrel{\hat{=}} 72.0\text{Å} \quad \Longrightarrow \quad 0.20cm \mathrel{\hat{=}} 0.7\text{Å}$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_L} = \frac{0.7}{4222.2} = 1.658 \cdot 10^{-4}$$

3. Die **ekliptikale Länge von Arktur** beträgt $\boldsymbol{\lambda_{\mathbf{A}} = 204.2°}$. Nimm zunächst vereinfachend an, die Erde bewege sich am 1.7. und am 19.1. genau in Richtung der Verbindungslinie Sonne – Arktur.

   (a) Welche Bahngeschwindigkeit der Erde ergibt sich aus dieser Annahme?

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_L} = \frac{\lambda_a - \lambda_L}{\lambda_L} - \frac{\lambda_b - \lambda_L}{\lambda_L} = 2\frac{v_E}{c} \quad \Longrightarrow \quad v_E = \frac{c}{2}\frac{\Delta\lambda}{\lambda_L} = 24.9\frac{km}{s}$$

(b) Wie groß ist demzufolge der Radius der Erdbahn, die Astronomische Einheit also?

$$v_E = \frac{2\pi R_E}{365.25d} \quad\Longrightarrow\quad 1AE = R_E = \frac{v_E}{2\pi} \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600s = 125000000km$$

4. Tatsächlich bewegt sich die Erde an den beiden Tagen nicht direkt in Richtung der Verbindungslinie, insbesondere weil Arktur nicht in der Ekliptikebene liegt ($\boldsymbol{\beta_A = 30.7°}$).

   (a) Berechne deshalb die Winkel δ_i zwischen der Bewegungsrichtung und der Verbindungslinie nach Gleichung (3) genauer!

$$\cos\delta_i = \sin\beta_A \sin\beta_v + \cos\beta_A \cos\beta_v \cos(\lambda_A - \lambda_v) \overset{\beta_v=0}{=} \cos\beta_A \cos(\lambda_A - \lambda_v)$$
$$\Longrightarrow \quad \delta_a = 146.7°,\ \delta_b = 31.1°$$

   (b) Berechne mit diesen Winkeln verbesserte Werte für die Bahngeschwindigkeit der Erde und die Astronomische Einheit!

$$\frac{\Delta\lambda_i}{\lambda_L} = \frac{v_E}{c}\cos\delta_i \quad\Longrightarrow\quad v_E = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda_L}\frac{1}{\cos\Delta_a - \cos\Delta_b} = 29.4\frac{km}{s}$$
$$\Longrightarrow \quad 1AE = 148000000km$$

5. Die beiden Spektren zeigen deutlich eine Unsymmetrie im Doppler-Effekt bzgl. 1.7. und 19.1.. Diese beruht auf der Tatsache, daß sich die Entfernung zwischen Sonne und Arktur ändert, d.h. die Radialgeschwindigkeit v_R von Arktur ist ungleich 0.

   (a) Bewegt sich Arktur auf die Sonne zu ($v_r < 0$) oder entfernt er sich von ihr ($v_r > 0$)?
   Offensichtlich ist $|\Delta\lambda_a| < |\Delta\lambda_b|$. Die Relativgeschwindigkeit ist also am 1.7., wenn sich die Erde von Arktur fortbewegt, kleiner als am 19.1.. Also muß sich Arktur auf die Sonne zubewegen: $v_r < 0$

   (b) Versuche, die Unsymmetrie zu messen und daraus die Fluchtgeschwindigkeit von Arktur abzuschätzen (Literaturwert: -5$\frac{km}{s}$)!

$$\text{Angenommen, } \frac{\Delta\lambda_a}{\Delta\lambda_b} = \frac{1}{2} \quad\Longrightarrow$$

$$v_{E_a} = 21.4\frac{km}{s},\ v_{E_b} = -38.7\frac{km}{s} \quad\Longrightarrow\quad v_r = -8.7\frac{km}{s}$$

$$\text{Angenommen, } \frac{\Delta\lambda_a}{\Delta\lambda_b} = \frac{2}{3} \quad\Longrightarrow$$

$$v_{E_a} = 25.7\frac{km}{s},\ v_{E_b} = -35.0\frac{km}{s} \quad\Longrightarrow\quad v_r = -4.7\frac{km}{s}$$

6. Welche weiteren Verfeinerungen könnten eventuell zu einem noch besseren Ergebnis für die Astronomische Einheit führen?

8 Sonnenentfernung aus dem Rotationsspektrum der Sonne

1. Messen Sie die relative Wellenlängenänderung $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ der beiden solaren Eisenlinien zwischen dem Ost- und dem Westrandspektrum. Die Wellenlängen der beiden irdischen Sauerstofflinien betragen $630.20nm$ und $630.276nm$.

   Benutzen Sie dazu entweder das Programm `Sonnenrotation`, die Dias oder die Ausdrucke der entsprechenden Bilder. Bestimmen Sie den Wert

   (a) aus den Originalspektren und

   (b) mit Hilfe des Intensitätsdiagrammes.

   Berechnen Sie aus dem ermittelten Wert die Geschwindigkeitsdifferenz Δv zwischen Ost- und Westrand der Sonne.

$$\left.\begin{array}{rl}\Delta\lambda & \stackrel{\wedge}{=} 8mm \\ 0.076nm & \stackrel{\wedge}{=} 76.8mm\end{array}\right\} \implies \Delta\lambda = 0.0078nm$$
$$\implies \Delta v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}c = 3.769\frac{km}{s}$$

2. Bestimmen Sie mit Hilfe des so erhaltenen Wertes für die Rotationsgeschwindigkeit die Entfernung der Sonne.

   (a) Die von der Erde aus beobachtbare (synodische) Rotationsdauer der Sonne beträgt $T_{syn} = 27.28d$. Bestimmen Sie damit zunächst den Radius r_{Sonne} der Sonne.

$$\frac{\Delta v}{2} = \frac{2\pi r_{Sonne}}{T_{syn}} \implies r_{Sonne} = \frac{\Delta v T_{syn}}{2 \cdot 2\pi} = 7.069 \cdot 10^5 km \qquad (*)$$

   (b) Am Tage der Aufnahme betrug der Winkeldurchmesser α der Sonne von der Erde aus $\alpha = 32'$. Aus dieser Angabe können Sie nun die Entfernung r_{Erde} der Sonne von der Erde berechnen.

$$r_{Erde} = \frac{r_{Sonne}}{\alpha} = 151.9 \cdot 10^6 km$$

3. Sie können versuchen, diesen recht guten Wert (der wahre Wert betrug am Tage der Aufnahme $149.5 \cdot 10^6 km$) weiter zu verbessern.

   (a) Messen Sie an Hand von Abb. **??** den Abstand des Spaltes vom Sonnenrand und korrigieren Sie Ihr Ergebnis für die Rotationsgeschwindigkeit entsprechend.

$$\left.\begin{array}{r} x \ \hat{=}\ 8.5mm \\ 100'' \hat{=} 48.9mm \end{array}\right\} \quad \Longrightarrow \quad x = 1.74''$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{x}{R} = \frac{17.4}{32 \cdot 60} = 9 \cdot 10^{-3}$$

$$\Longrightarrow \quad \Delta v_{korr_1} = 3.803 \frac{km}{s}$$

(b) Führen Sie eine weitere Korrektur bezüglich der Achsneigung durch.

$$v_{korr_2} = \frac{v_{koor_1} \cos\theta}{=} 3.828 \frac{km}{s}$$

(c) Berücksichtigen Sie schließlich den Unterschied zwischen siderischer und synodischer Rotationsperiode. Wie ändert sich Ihr Ergebnis dadurch?

Gleichung (*) zeigt, dass das Ergebnis für r_{Sonne} nur vom Produkt ΔvT abhängt. Das ist aber für die siderischen und die synodischen Werte gleich groß.

9 Fixsternparallaxe

Heute kann die parallaktische Bewegung sehr naher Fixsterne bereits mit Amateurmitteln verfolgt werden. Wir benutzen hier die Überlagerung von 5 Aufnahmen (Abb. 4) von Barnards Pfeilstern ($\boldsymbol{\lambda = 269.37°, \beta = 28.12°}$), die E. Heiser an der Sternwarte auf dem Oldendorfer Berg aufgenommen hat ([**?**]). Der parallaktischen Ellipse ist bei diesem Stern eine sehr große („pfeilschnelle") Eigenbewegung überlagert.

Die folgenden astrometrischen Messungen werden normalerweise am Computer mit einem Astrometrie-Programm (z.B. **MiPS** oder **MIRA**) durchgeführt, mit dessen Hilfe es möglich ist, Sternpositionen subpixelgenau relativ zueinander auszumessen. Auf diese Weise kann die Position von Barnards Pfeilstern sehr genau relativ zu den viel weiter entfernten drei Sternen mit bekannter Position ausgemessen werden. Zur Vereinfachung sind hier in das Bild zusätzlich kleine weiße Punkte eingezeichnet, die die jeweilige Sternposition markieren.

1. Das benutzte Teleskop hatte eine Brennweite von 7450mm, der benutzte CCD-Chip hatte eine Größe von 8.6*6.5mm^2.

   (a) Wie groß ist der auf dem Chip abgebildete Himmelsausschnitt ungefähr?

   $$\tan \Delta x = \frac{8.6}{7450} \quad \Longrightarrow \quad \Delta x \approx 4'$$

   *Der Bildausschnitt ist deshalb etwa 4'*3' groß.*

   (b) Abb. 4 zeigt fast die gesamte CCD-Aufnahme, der ein ekliptikales Koordinatennetz[6] überlagert ist. Welche Abstände haben dessen Linien zueinander?

   *Da das Bild etwa 4'*3' groß ist, beträgt der Linienabstand 1'.*

   (c) Welchen Winkelmaßstab hat also Abbildung 4?

   $$\textit{Der Maßstab beträgt } \frac{1'}{52mm} = 1.15''/mm.$$

2. Zu welchen Zeiten im Jahr (ungefähr) durchläuft Barnards Pfeilstern die mit 1., 2., ... bezeichneten Punkte der parallaktischen Ellipse in Abb. 2?

   Da $\lambda \approx 270°$ ist, durchläuft der Stern den Punkt 1. zu Winteranfang; die anderen Punkte jeweils ein Vierteljahr später.

   Zu Frühlingsanfang beträgt die ekliptikale Länge der Sonne $\lambda_S = 0°$, um dann um $90°$ im Vierteljahr zuzunehmen. $\Delta\beta = 0$ gilt, wenn $\cos(\lambda_S - \lambda) = 0$, also $\lambda_S = 0°,\ 180°$, also am 21. März und am 21. September. Entsprechend gilt $\Delta\lambda = 0$ am 21. Juni und am 21. Dezember.

3. Die Einzelaufnahmen stammen vom

   - 17. Oktober 1993 (im Süden),
   - 12. Mai 1994,

[6] Das Netz ist leider etwas verschoben.

- 22. September 1994,
- 1. Mai 1995 und
- 10. Oktober 1995 (im Norden).

Die Aufnahmen vom 17.10.1993 und 10.10.1995 zeigen die Eigenbewegung des Sternes nahezu ohne parallaktische Verzerrung (Warum?). Bestimme die jährliche Eigenbewegung von Barnards Pfeilstern (Literaturwert: $\mu = 10.3''/a$)!

Der Abstand der beiden Bilder des Sternes beträgt in Abb. 3 18.8mm entsprechend 21.7". Die jährliche Bewegung beträgt also etwa 10.8".

4. Zur Messung der großen Halbachse der parallaktischen Ellipse können wir vereinfachend annehmen, am 1.5.1995 und am 10.10.1995 sei $\Delta\beta \approx 0$ (warum?).

   $\Delta\beta = 0$ *gilt etwa am 21.3. und 21.9. (s.o.).*

   (a) Bestimme unter dieser Voraussetzung die große Halbachse der Ellipse, und berechne daraus die Parallaxe des Sternes (Literaturangabe: $\Pi = 0.55''$)!

   Das Bild des Sternes vom 1.5.1995 hat von der Verbindungslinie der Bilder vom 17.10.1993 und 10.10.1995 in λ-Richtung einen Abstand von etwa 1.2mm entsprechend 1.4". Wenn dieser Abstand gerade der großen Achse der parallaktischen Ellipse entspricht, folgt

   $$\Pi = \frac{1.4''}{2} \quad \Longrightarrow \quad \Pi = 0.7''$$

   (b) Wie groß ist demzufolge seine Entfernung

   i. in Astronomischen Einheiten?
   ii. in Kilometern?
   iii. in Lichtjahren?

   $$\Pi = \frac{1AE}{d} \quad \Longrightarrow \quad d = \frac{1}{\Pi}AE = 300000AE = 4.5 \cdot 10^{13}km = 4.7Lj$$

10 Die Entfernung der Hyaden

1. Die folgende Tabelle zeigt die Hipparcos-Daten von 5 ausgewählten Hyaden-Sternen.

Nr	α	δ	$\mu_{\alpha *}[10^{-3}\frac{''}{a}]$	$\mu_\delta[10^{-3}\frac{''}{a}]$	$\mu[10^{-3}\frac{''}{a}]$
1	$4h03min56.505s$	$8°11'49''.925$	168.35	27.98	170.7
2	$4h19min47.534s$	$15°37'39''.721$	115.29	−23.86	117.6
3	$4h22min56.027s$	$17°32'33''.303$	107.75	−28.84	111.5
4	$4h28min39.675s$	$15°52'15''.408$	108.66	−26.39	111.8
5	$6h02min22.990s$	$9°38'50''.523$	14.19	−37.44	40.0

Berechnen Sie für alle Sterne die gesamte Eigenbewegung μ gemäß (**??**)!

Bereits diese Ergebnisse legen nahe, daß zwei der fünf Sterne wahrscheinlich nicht zum Hyaden-Strom gehören. Welche?

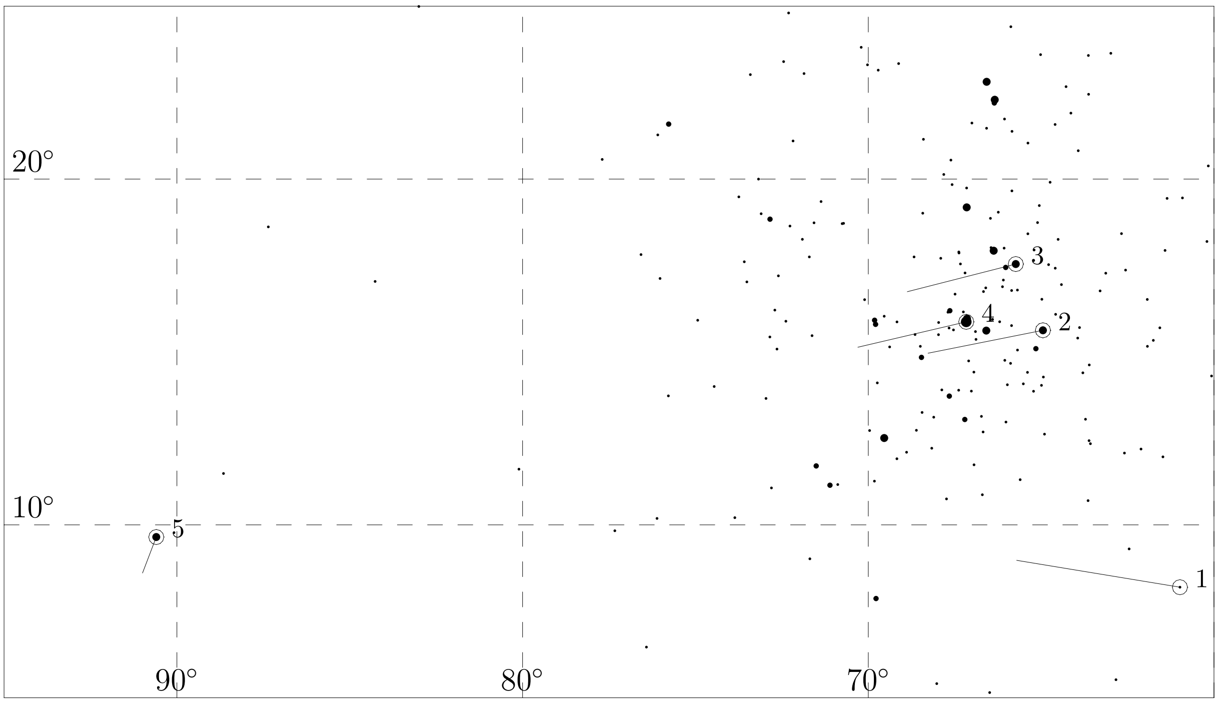
Stern 1 und Stern 5

Dieser Eindruck wird sich in den folgenden Aufgaben bestätigen!

Um die erforderlichen Rechnungen so kurz wie möglich zu halten, sind die Daten in der folgenden Tabelle in (für diese Praktikumsaufgabe) praktischere Einheiten umgerechnet.

Nr	$\alpha[°]$	$\delta[°]$	$\mu_\alpha[\frac{°}{100000a}]$	$\mu_\delta[\frac{°}{100000a}]$	α'	δ'
1	60.99	8.20	4.7	0.8	65.71	8.97
2	64.95	15.63	3.2	−0.7	68.27	14.96
3	65.73	17.54	3.0	−0.8	68.87	16.74
4	67.17	15.87	3.0	−0.7	70.30	15.14
5	90.60	9.65	0.4	−1.0	91.00	8.61

2. Markieren Sie in der folgenden Sternkarte diese fünf Sterne, berechnen Sie ihre Positionen (α_i', δ_i') nach Ablauf der nächsten 100000 Jahre, und kennzeichnen Sie ihre Positionsveränderungen in der Karte! Bestimmen Sie dazu zunächst den (Winkel-) Maßstab der Karte!



Welchen der 5 Sterne können Sie nun mit bloßem Auge als wahrscheinlich nicht zum Hyaden-Haufen gehörend aussortieren?

Stern 5 !

3. Für *die verbleibenden vier Sterne* soll geprüft werden, ob sie einem gemeinsamen Konvergenzpunkt zustreben.

   Achtung: Dazu kann man leider nicht die oben eingezeichneten Bewegungspfeile geradlinig verlängern! Sterne, die keinen Wechselwirkungen unterliegen, bewegen sich an der Himmelskugel auf einem Großkreis (Warum?). Projiziert man diese Großkreise in die Ebene, ergibt sich im allgemeinen *keine* Gerade.

   Um die Schnittpunkte der Bewegungsebenen zu bestimmen, ist etwas Vektorrechnung erforderlich:

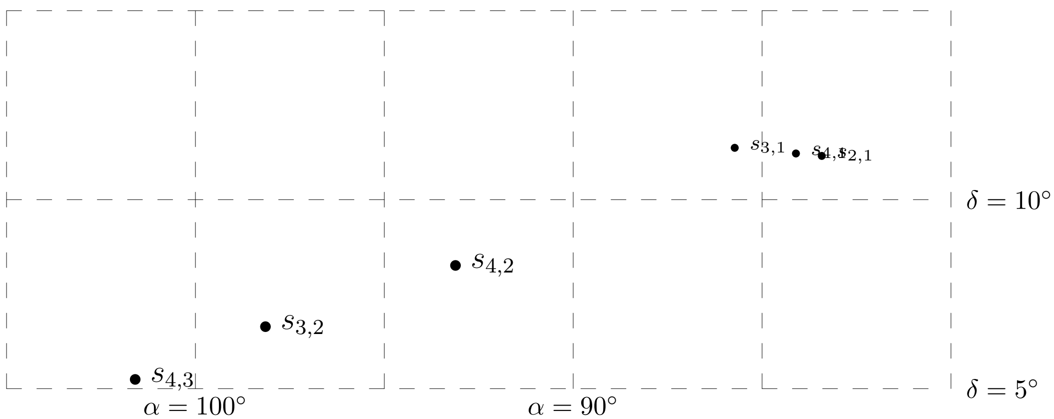
   - Die beiden oben berechneten Positionen $\vec{r}_{i_1}$ und $\vec{r}_{i_2}$ für jeden der 5 Sterne legen die Bewegungsebene fest. Die Flächennormale kann nach (**??**) bestimmt werden.
   - Die Schnittvektoren $\vec{s}_{ij}$ der Bewegungsebenen kann man gemäß (**??**) berechnen.
   - Rechnet man anschließend die rechtwinkligen Koordinaten nach (**??**) wieder in polare Koordinaten um, dann erhält man Rektaszension und Deklination der Schnittpunkte an der Himmelskugel.

Aus Zeitgründen wurde Ihnen diese Arbeit abgenommen. Die beiden Tabellen enthalten die Koordinaten aller Kombinationen:

α_{ij}	1	2	3	4
1		83.4	85.7	84.1
2	83.4		98.2	93.1
3	85.7	98.2		101.6
4	84.1	93.1	101.6	

δ_{ij}	1	2	3	4
1		11.2	11.4	11.2
2	11.2		6.6	8.3
3	11.4	6.6		5.2
4	11.2	8.3	5.2	

4. Tragen Sie die Schnittpunkte in das kleine Koordinatensystem ein!



Von welchem *weiteren* Stern wird dadurch wahrscheinlich, daß er *nicht* zum Hyaden-Strom gehört?

Stern 1

5. Berechnen Sie den Mittelwert (α_S, δ_S) der verbleibenden 3 Schnittpunkte.

$$\begin{aligned} \alpha_S &= (93.1° + 98.2° + 101.6°)/3 = 97.62° \\ \delta_S &= (6.6° + 8.3° + 5.2°)/3 = 6.7° \end{aligned}$$

Mit diesem Konvergenzpunkt soll im folgenden weitergerechnet werden.

6. Bestimmen Sie nun die Parallaxe der verbliebenen 3 Sterne des Hyaden-Stromes!

   (a) Berechnen Sie zunächst den Winkelabstand Δ der 3 Sterne vom Konvergenzpunkt mit Hilfe von (**??**).

   (b) Um daraus gemäß (**??**) die absolute Eigenbewegung berechnen zu können, braucht man noch die (durch Doppler-Messungen) gemessenen Radialgeschwindigkeiten v_r der Sterne, die Hipparcos nicht messen konnte. Die folgende Tabelle enthält die von Perryman ([**?**]) zusammengetragenen Werte.

   Berechnen Sie nun gemäß (**??**) die absoluten Tangentialgeschwindigkeiten v_t der Sterne!

(c) Berechnen Sie schließlich aus den absoluten Werten v_t und den relativen Werten μ der Tangentialgeschwindigkeiten nach (**??**) die Entfernungen der Sterne von der Erde.

Die Rechnung wird erleichtert, wenn Sie zunächst die Parallaxen π (in Millibogensekunden) mit Hilfe folgender Formel berechnen:

$$\pi[10^{-3''}] = 4.75\frac{\mu[\frac{10^{-3''}}{a}]}{v_t[\frac{km}{s}]}$$

(Bestätigen Sie diese Umrechnungsformel!)

$$\left.\begin{array}{l} \mu = \frac{v_t}{d} \\ \pi = \frac{1AE}{d} \end{array}\right\} \quad \Longrightarrow \quad \pi = \frac{\mu}{v_t}1AE$$

$$\begin{aligned} \Longrightarrow \quad \pi[10^{-3''}] \quad &= \quad \frac{\pi}{10^{-3''}} = \frac{\mu\frac{a}{10^{-3''}}}{v_t\frac{a}{AE}} \\ &\overset{1\frac{AE}{a}=4.75\frac{km}{s}}{=} \quad 4.75\frac{\mu\frac{a}{10^{-3''}}}{v_t\frac{s}{km}} \\ &= \quad 4.75\frac{\mu[\frac{10^{-3''}}{a}]}{v_t[\frac{km}{s}]} \end{aligned}$$

Die Entfernungen d (in Parallaxensekunden) der Sterne ergeben sich dann als Kehrwerte der Parallaxen!

Nr	$v_r[\frac{km}{s}]$	$\mu[10^{-3}\frac{''}{a}]$	Δ	$v_t[\frac{km}{s}]$	$\pi[10^{-3''}]$	$d[pc]$	$\pi_{Hipp}[10^{-3''}]$
2	39.2	117.6	33.2	25.7	21.7	46	21.17
3	39.6	111.5	32.9	25.6	20.7	48	21.29
4	38.9	111.8	31.9	24.2	21.9	46	21.89

Die Genauigkeit der Meßergebnisse von Hipparcos reichte aus, um die Parallaxen der Hyadensterne direkt zu messen. Seine Ergebnisse stimmen sehr gut mit unseren überein.

Allerdings wäre das, wie im Bild auf S. 3 zu erkennen, nicht für alle Hyadensterne der Fall, wenn so einfach gerechnet würde, wie Sie das hier getan haben (die Sterne wurden nämlich geschickt ausgewählt): *Um einen guten Wert für die Entfernung des Hyaden-Haufens und seiner Einzelsterne ableiten zu können, muß die Dynamik des Haufens, d.h. die Wechselwirkung zwischen den Mitgliedern, berücksichtigt werden. Dazu ist umfangreiche Stellarstatistik nötig!*