

Die Entfernung der Sonne

von Udo Backhaus

Bis heute gibt es keine Möglichkeit, in der Schule die Sonnenparallaxe aus eigenen Meßwerten zu bestimmen. Die Geschichte dieser fundamentalen Größe der Astronomie und die Probleme ihrer Messung werden dargestellt. Vorschläge für die Schule sollen zu eigenen Meßversuchen anregen.

Einleitung

Die Entfernung zwischen Erde und Sonne ist eine der fundamentalen Konstanten der Astronomie: die **Astronomische Einheit**. Ihr Zahlenwert ist die Grundlage nicht nur zur Bestimmung der Größe und der Struktur des Weltraumes, sondern auch für die Messung der astrophysikalischen Eigenschaften von Planeten und Sternen. Alle mit der Sonnenentfernung zusammenhängenden astrometrischen Effekte sind jedoch sehr klein, weil die Sonne unglaublich weit von uns entfernt ist: Das Licht braucht mehr als acht Minuten von der Sonne zur Erde, eine Rakete wäre etwa ein halbes Jahr unterwegs, selbst wenn sie auf dem direkten Weg fliegen könnte, und ein Intercity müßte sogar 70 Jahre fahren ohne anzuhalten¹.

Die Messung der sogenannten Sonnenparallaxe war deshalb während mehrerer hundert Jahre eines der Hauptprobleme der Astronomie, und es gibt bis heute keine Möglichkeit, die Sonnenentfernung in der Schule *anhand eigener Messwerte* zu bestimmen. Es zeigt sich jedoch, daß bei der Beschäftigung mit diesem Problem sehr viel über Physik und Astronomie gelernt werden kann. Deshalb wird im folgenden ein Überblick über Geschichte und Meßmethoden gegeben und Vorschläge zu eigenen Meßversuchen gemacht.

Über die Bedeutung der Sonnenentfernung

Im 18. und 19. Jahrhundert wurden zahlreiche Expeditionen in alle Gegenden der Erde ausgestattet und durchgeführt, von denen die Astronomen einen der sehr seltenen Venusdurchgänge vor der Sonne hofften beobachten zu können. Aus den Meßwerten wollten sie einen besseren Wert für die Sonnenentfernung ableiten ([16], [15]).

Warum gaben die Regierungen vieler Länder so viel Geld aus, und warum nahmen die Astronomen die Strapazen solcher Expeditionen auf sich? Und warum ist es auch heute noch wichtig, nicht nur den Zahlenwert der Astronomischen Einheit zu wissen sondern auch etwas über die Methoden, mit denen er immer präziser gemessen wurde?

Ich glaube, daß es dafür viele Gründe gab und gibt:

- **Wenn man die Sonnenentfernung kennt, kann man die Größe des ganzen Sonnensystems bestimmen:**

¹Trotzdem wird die Erde bereits in einem halben Jahr genau so weit *hinter* der Sonne sein, wie sie sich jetzt *vor* ihr befindet!

- Bei einer langfristigen Beobachtung der Venus kann man beispielsweise feststellen, daß sie immer relativ nahe bei der Sonne bleibt. Genauer zeigt sich, daß der Winkelabstand niemals größer als etwa 45° wird. Aus diesem Ergebnis kann das Verhältnis der Bahnradien von Venus und Erde abgeleitet werden:

$$\frac{r_{Venus}}{r_{Erde}} \approx \sin 45^\circ.$$

(Im Moment des größten Winkelabstandes ist die Sichtlinie von der Erde zur Venus tangential zur Venusbahn.) Der Bahnradius der Venus beträgt also etwa 70% des Erdbahnradius.

- Auf ähnliche, aber nicht so einfache Weise ist es auch möglich, die Bahnradien der äußeren Planeten zu bestimmen, z.B. indem man ihre Bewegung während der Rückläufigkeit verfolgt (siehe z.B. [1], [10]).
- Seit *Kepler* ist das noch einfacher: Aufgrund seines 3. Gesetzes gibt es eine feste Beziehung zwischen Bahnradius r_{Planet} und (siderischer) Umlaufzeit T_{Planet} der Planeten. Letztere ist aber leicht zu messen.

$$r_{Planet}^3 = \frac{(1AE)^3}{(1a)^2} T_{Planet}^2$$

Bei diesen Verfahren ergeben sich jedoch alle Entfernungen als Vielfache des Erdbahnradius – und dieser war nicht gut bekannt! Eine Verdopplung der Entfernung zwischen Erde und Sonne hätte zum Beispiel eine entsprechende Vergrößerung des ganzen Sonnensystems zur Folge gehabt. Der aus der Antike übernommene Wert für die Sonnenentfernung war aber sogar um etwa den Faktor 20 zu klein!

- **Wenn die Entfernungen im Sonnensystem bekannt sind, ist es möglich, die astrophysikalischen Eigenschaften der Sonne und der Planeten zu bestimmen.** Einige Beispiele sollen das erläutern:

- Die absolute Größe eines Himmelskörpers ergibt sich aus seinem von der Erde aus beobachteten Winkeldurchmesser und seiner Entfernung:

$$\tan(\text{Winkeldurchmesser}) = \frac{\text{Durchmesser}}{\text{Abstand}}$$

- Bei bekannter Gravitationskonstante γ kann mit Hilfe des 3. Keplerschen Gesetzes die Masse m des Zentralgestirns aus Bahnradius r_{Sat} und Umlaufzeit T_{Sat} eines Satelliten bestimmt werden:

$$m = \frac{4\pi^2}{\gamma} \frac{r_{Sat}^3}{T_{Sat}^2}$$

- Aus der Messung der sogenannten Solarkonstanten f auf der Erde ergibt sich bei bekanntem Abstand der Sonne ihre Strahlungsleistung:

$$P_{Sonne} = 4\pi(1AE)^2 f$$

- Wenn die absoluten Entfernungen im Sonnensystem bekannt sind, ist es möglich, die Bahnstörungen zu berücksichtigen, die auf der Gravitationswechselwirkung mit den anderen Planeten beruhen. Auf diese Weise können präzisere Vorhersagen der Bahnbewegungen der Planeten und insbesondere des Mondes gemacht werden. Das war die **Bedingung für genaue astronomische Navigation, eine lebenswichtige Voraussetzung für weltweiten Seeverkehr** ([11]).
- Aufgrund der Bewegung der Erde um die Sonne verändern die Fixsterne im Laufe eines Jahres ihre Stellung relativ zueinander. **Messungen dieser parallaktischen Bewegung führen zu einer Bestimmung der Fixsternentfernung d_{Stern} als Vielfaches des Erdbahnradius r_{Erde} .** Bei der ersten Messung einer Fixsternparallaxe durch *Bessel* 1838 ergab sich beispielsweise für 61 Cygni eine Parallaxe Π von 0.35 Bogensekunden. Der Stern erwies sich also als etwa 60000mal so weit entfernt wie die Sonne:

$$d_{\text{Stern}} = \frac{r_{\text{Erde}}}{\sin \Pi_{\text{Stern}}} = \frac{1AE}{\sin 0.35''} \approx 60.000AE$$

Aus diesen Gründen ist die Entfernung zur Sonne nicht nur ein Maßstab für die Größe des Sonnensystems (und, beispielsweise, für die Masse der zugehörigen Körper), sondern sogar für die Dimensionen des gesamten Weltalls: die **Astronomische Einheit**.

Indem Lernende etwas über die Geschichte dieser Größe und die Probleme bei ihrer Messung erfahren, erwerben sie nicht nur allmählich ein Gefühl für die fast unvorstellbare Größe des Weltraumes. Sie können an diesem Beispiel etwas darüber lernen, „was es heißt, Physik (und Astronomie) zu betreiben“ und „wie es überhaupt möglich war (und heute noch ist), so etwas zu wissen“ (*Wagenschein*).

Kleine Geschichte der Astronomischen Einheit

Im 17. Jahrhundert entwickelte sich die Naturwissenschaft im heutigen Sinne. Mit ihr entstand der Wunsch, Vorgänge in der Natur genau beobachtend und messend zu verfolgen und zu beeinflussen. Bis dahin hatte kein großes Interesse an der Entfernung zur Sonne bestanden. Sie war nur eine Entfernung unter vielen und erlaubte kaum Rückschlüsse auf andere.

Das änderte sich erst durch die Entwicklung des heliozentrischen Weltbildes durch *Copernicus*, *Kepler*, *Newton* u.a.. In diesem System lassen sich, wie oben angedeutet, alle Abstände auf die Entfernung zwischen Erde und Sonne zurückführen. Darüberhinaus wurde die Entfernung der Sonne wieder das, was schon für *Aristarch* gewesen war: ein Maß für die Größe der Sonne und damit ein wichtiges Argument für ihre zentrale Stellung im *Sonnensystem*.

Noch in einer weiteren Hinsicht wurde der Zahlenwert für das Copernicanische Weltbild wichtig: Die Unbeobachtbarkeit der Fixsternparallaxe zwang (im Laufe von 300 Jahren immer mehr) dazu, die Sterne als unvorstellbar weit entfernt anzunehmen.

Über diese naturwissenschaftlichen Gründe hinaus führten wirtschaftliche Interessen, insbesondere das Problem der Navigation auf hoher See ([11]), dazu, daß vom Beginn des 17. Jahrhunderts an große Anstrengungen zur genauen Messung der Sonnenentfernung unternommen wurden. Bereits durch die erste Abschätzung durch *Kepler*, der versuchte, an Mars während seiner Opposition einen Parallaxeneffekt zu beobachten, erwies sich der überlieferte Wert als mindestens um den Faktor 3 zu klein. Es dauerte aber noch 70 Jahre, bis zum ersten Mal eine Parallaxenmessung an Mars gelang: *Cassini* und *Richer* peilten ihn von Paris und Cayenne aus gleichzeitig an. Die dabei gemessene parallaktische Verschiebung war so klein, daß Mars,

und damit die Sonne, etwa zwanzig mal so weit entfernt sein mußte, wie man seit *Aristarch* angenommen hatte.

Trotz dieses Erfolges erwiesen sich auch weiterhin die Messungen als so schwierig, daß es weitere 200 Jahre dauerte, bis der Zahlenwert der Astronomischen Einheit mit einer Genauigkeit von besser als ein Prozent bestimmt war (s. Tabelle 1). Es ist deshalb nicht erstaunlich, daß es bis heute keinen Versuch gibt, den Wert in der Schule zu messen, und daß nur sehr wenige Schüler und Studenten etwas über den Weg wissen, auf dem die Astronomen ihn herausgefunden haben.

Tabelle 1: Die Entwicklung der Sonnenparallaxe

| Jahr | Parallaxe | Methode |
|-------------|----------------|---------------------------------|
| ≈250 v.Chr. | ≈ 170'' | Halbmond (Aristarch) |
| 1618 | < 60'' | Marsparallaxe (Kepler) |
| 1650 | ≈ 14'' | Halbmond (Wendelin) |
| 1672 | 9''.5 | Marsparallaxe (Cassini) |
| 1761 | 8''.5 – 10''.5 | Venusdurchgang (Halley) |
| 1769 | 8''.5 – 8''.8 | |
| 1824 | 8''.58 | Auswertung 1761, 1769 (Encke) |
| 1854 | 8''.83 | Mondbahn (Hansen) |
| 1874 | 8''.80 | Venusdurchgang (Auwers) |
| 1909 | 8''.800 | Sternspektren |
| 1941 | 8''.790 | Eros–Opposition 1930/31 (Jones) |
| 1961-1964 | 8''.79418 | Radarmessungen an Venus |
| 1996 | 8''.7 ± 0''.2 | Astronomy On-Line ([19]) |

Übersicht über die Meßmethoden

Bis heute besteht die sicherste Methode, die Entfernung eines weit entfernten astronomischen Objektes zu bestimmen, darin, seine trigonometrische Parallaxe zu messen. Der zugrundeliegende Effekt ist jedem vom Auto- oder Zugfahren bekannt: Die Gegenstände der Umgebung scheinen sich gegenüber dem Hintergrund in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen, und zwar umso schneller, je näher sie sind.

Will man auf diese Weise die Sonnenparallaxe² messen, muß man ihre Position am Sternenhimmel von verschiedenen Stellen der Erde aus messen. Dabei muß man Winkel in einem Dreieck messen, dessen Seitenlängen sich wie 24000:1 verhalten. Nach dem Versuch, ein solches Dreieck zu zeichnen (s. Bild 1a) kann man sich die Schwierigkeiten bei einer entsprechenden Messung vorstellen. Tatsächlich ist es bis heute unmöglich, die Entfernung der Sonne auf diese Weise direkt zu bestimmen!

²Statt der Entfernung eines Gestirnes wird oft seine **Parallaxe** angegeben. D.i. von der Erde aus gesehen die Hälfte des Winkels, um den sich das Gestirn bei Ortswechsel auf der Erde maximal vor seinem Hintergrund verschieben kann. Vom Gestirn aus gesehen ist es der Winkel, unter dem der Erdradius erscheint. Eine Parallaxe von 1° entspricht etwa der Mondentfernung; 1' und 1'' stehen deshalb für die 60- und 3600-fache Mondentfernung.

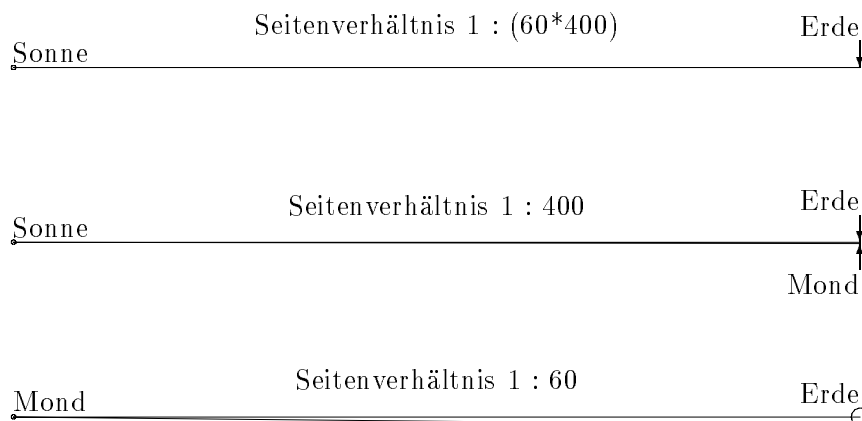


Bild 1: Dreiecke, in denen man Winkel messen muß, wenn man a) die Sonnenparallaxe von der Erde aus direkt messen, b) die Sonnenentfernung mit der Mondentfernung vergleichen, c) die Mondentfernung direkt trigonometrisch bestimmen will.

Drei prinzipielle Auswege bieten sich an:

Aristarchs Idee bestand darin, die **Entfernung der Sonne nicht als Vielfaches des Erdradius, sondern als Vielfaches des Abstandes zwischen Erde und Mond** zu bestimmen. Dabei muß man Winkel in einem Dreieck mit einem Seitenverhältnis von „nur“ 400:1 messen (Bild 1b). Ist die Entfernung des Mondes bekannt – und bereits *Aristarch* kannte sie ziemlich gut, weil dabei ein Dreieck mit dem Seitenverhältnis 60:1 auszumessen ist (Bild 1c)! –, kann man die Astronomische Einheit als Vielfaches des Erdradius berechnen.

Die zweite Möglichkeit, größere und damit leichter zu messende Winkel zu erhalten, besteht darin, im Sonnensystem **eine Entfernung zu messen, die kleiner als die zur Sonne ist**. Kennt man nämlich den absoluten Abstand zweier die Sonne umkreisenden Himmelskörper zu einem einzigen Augenblick, dann kann man diesen, wie oben bereits angedeutet, auf die Entfernung zur Sonne hochrechnen.

- Mars ist zum Zeitpunkt seiner Opposition nur halb so weit entfernt wie die Sonne. Die ersten modernen Messungen der Astronomischen Einheit beruhten deshalb auf *Parallaxenmessungen an Mars*.
- Die geringste Entfernung zwischen Venus und Erde beträgt nur etwa ein Viertel der Sonnenentfernung. Zu diesem Zeitpunkt befindet sie sich jedoch in unterer Konjunktion zur Sonne und geht deshalb gleichzeitig mit ihr auf und unter. Venus ist dann nur beobachtbar, wenn sie vor der Sonnenscheibe vorbeiläuft. Leider ist dieser Vorgang sehr selten (ca. alle 110 Jahre, das nächste Mal 2004). Da dabei aber die Sonnenscheibe ein sehr genaues Bezugssystem darstellt, lieferten trotzdem *genaue Beobachtungen von Venusdurchgängen* 150 Jahre lang die genauesten Werte für die Sonnenparallaxe. (Ganz entsprechend läßt sich die Mondentfernung durch Beobachtung eines „Monddurchganges“, d.h. einer Sonnenfinsternis, gewinnen ([17]).)
- Manche Kleinplaneten kommen der Erde in Opposition viel näher als Mars und Venus. Die *Messung der Parallaxe des Kleinplaneten Eros* während seiner Opposition 1930, in der er nur etwa 0.1AE von der Erde entfernt war, lieferte deshalb den bis dahin genauesten Wert für die Sonnenentfernung.

Der dritte Ausweg eröffnet sich durch die **Heranziehung physikalischer Gesetzmäßigkeiten**, die es ermöglichen, aus den Zahlenwerten anderer physikalischer Größen den Abstand zwischen Erde und Sonne zu berechnen:

- So kann aus der *Messung von Lichtlaufzeiteffekten* bei bekannter Lichtgeschwindigkeit die zugehörige Entfernung bzw. Geschwindigkeit berechnet werden. Die Beobachtung von Jupitermond-Verfinsterungen ([8], [7]) und die Messung der Lichtaberration sind Beispiele dafür. Die heute wohl genaueste Methode beruht auf Laufzeitmessungen an Radarsignalen, die an Venus reflektiert werden.
- Das Newtonsche *Gravitationsgesetz* ermöglicht es, aus der Störung der Mondbahn durch die Sonne ihre Entfernung abzuleiten. Am Ende des letzten Jahrhunderts erhielt man so die besten Werte.
- Schließlich erlaubt der *Doppler-Effekt* (z.B. die jährliche Verschiebung von Sternspektren ([13]) oder die Unsymmetrie des Saturnspektrums [10]) bei bekannter Lichtgeschwindigkeit die Bahngeschwindigkeit der Erde (bzw. Saturns Rotationsgeschwindigkeit) und daraus ihren Bahnradius zu berechnen.

Im folgenden sollen einige Methoden etwas genauer dargestellt und die mit ihnen verbundenen Probleme angedeutet werden.

Messung des Verhältnisses aus Sonnen- und Mondentfernung

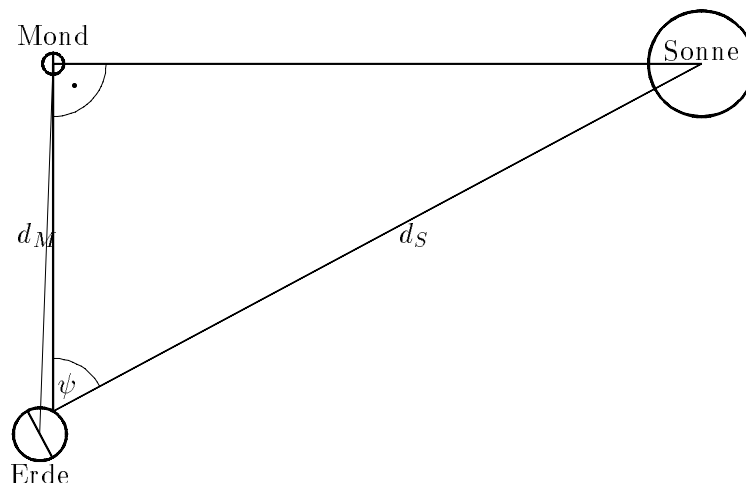


Bild 2: *Aristarchs* Idee zur Messung der Sonnenentfernung bei Halbmond

Mißt man bei Halbmond die Winkeldistanz ψ zwischen Sonne und Mond, dann kennt man im Dreieck Sonne – Mond – Beobachter alle Winkel und damit alle Entfernungsverhältnisse (Bild 2). So einfach diese Methode im Prinzip ist, so schwierig erweist sie sich bei dem Versuch, mit ihrer Hilfe einen akzeptablen Wert für die Astronomische Einheit zu erhalten ([1]).

Da die Sonne etwa 400mal so weit entfernt ist wie der Mond, kommt es auf die sehr geringe Abweichung der Winkeldistanz ψ von 90° an. Die Winkelmessung muß deshalb sehr genau sein. Es hat sich gezeigt, daß mit einem Sextanten die erforderliche Genauigkeit erreicht werden kann. Weil für die Messung Sonne und Halbmond gleichzeitig ausreichend hoch über dem Horizont stehen müssen, sind geeignete Zeitpunkte allerdings selten (ca. zwei pro Jahr).

Das Hauptproblem besteht jedoch darin, daß der exakte Halbmondzeitpunkt – selbst mit einem Fernrohr – nicht zu bestimmen ist. Wenn man den Zeitpunkt einem astronomischen Jahrbuch entnimmt, mißt man in der Regel Winkeldistanzen von mehr als 90° , weil sich die Halbmondzeitpunkte für verschiedene Orte auf der Erde um bis zu vier Stunden unterscheiden³. Die Ursache dafür ist die endliche Mondparallaxe, der Umstand also, daß der Mond zwar sehr weit, aber (verglichen mit dem Erdradius) nicht unendlich weit entfernt ist. Deshalb muß der richtige Zeitpunkt *selbst berechnet* werden. In diese Rechnung fließt aber die zu bestimmende Entfernung mit ein!

Beobachtung von Jupitermondverfinsterungen

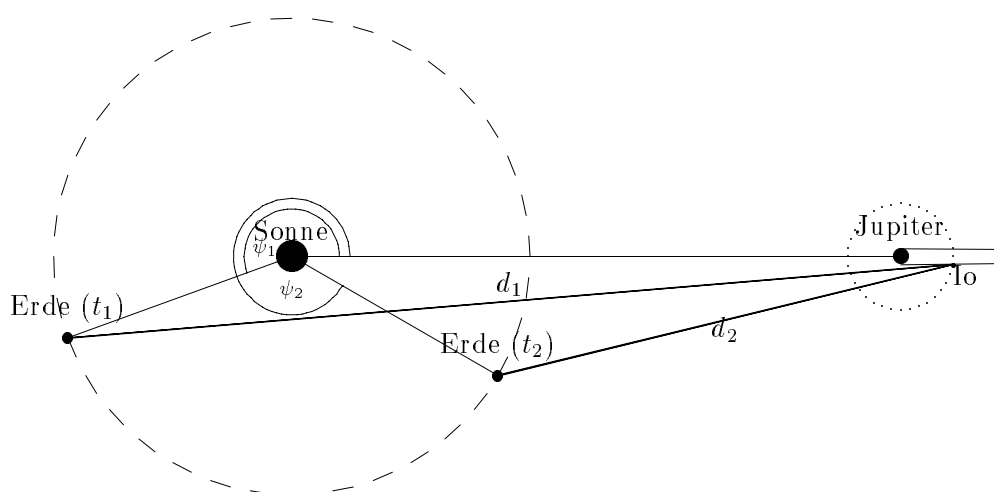


Bild 3: Messung der Astronomischen Einheit durch Beobachtung von Io-Verfinsterungen: Der Jupitermond Io hat eine *synodische* Umlaufzeit von T_{Io} . Zwischen t_1 und t_2 haben n Io-Umläufe stattgefunden. Ios Verfinsterung müßte also zur Zeit $t_1 + nT_{Io}$ stattfinden. Sie wird aber zum früheren Zeitpunkt t_2 beobachtet. Die Zeitdifferenz ist ein Maß für die Veränderung des Abstandes zwischen Erde und Jupiter.

$$d_1 - d_2 = c(t_1 + nT_{Io} - t_2)$$

Bei bekanntem Bahnradius von Jupiter (in AE) und bekannten Winkeln ψ_1 und ψ_2 , die sich aus den seit der letzten Jupiteropposition vergangenen Zeiten t_1 und t_2 und der Umlaufzeit (im rotierenden Bezugssystem, in dem Jupiter ruht, ist das die synodische Umlaufzeit von Jupiter) ergeben, kann $d_1 - d_2$ in Vielfachen einer AE berechnet werden:

$$d_1 - d_2 = \alpha AE \quad \implies \quad 1AE = \frac{c}{\alpha}(t_1 + nT_{Io} - t_2)$$

Mißt man um die Zeit der Jupiteropposition die Umlaufzeit des Jupitermondes Io, dann kann man feststellen, daß sich die folgenden Austritte dieses Mondes aus dem Jupiterschatten während des nächsten halben Jahres bis zur Konjunktion von Jupiter immer mehr verspäten. Nach der Konjunktion treten die Verfinsterungen dagegen immer früher ein. Römer erkannte in dieser Erscheinung einen Lichtlaufzeiteffekt, der auf dem sich ändernden Abstand zwischen Erde

³In Abb. 2 ist für den Erdmittelpunkt noch nicht Halbmond. Zu einem späteren Zeitpunkt ist aber auf der Tagseite der Erde der Winkelabstand zwischen Sonne und Mond bereits größer als 90° .

und Jupiter beruht, und bestimmte daraus den ersten Wert für die Lichtgeschwindigkeit (siehe z.B. [9]).

Heute, da die Lichtgeschwindigkeit bereits auf dem Labortisch gemessen werden kann, kann der Effekt umgekehrt benutzt werden, die Astronomische Einheit zu messen ([8]). Wenn die Schüler gut mit Planetenbewegungen vertraut sind, ist das Prinzip einfach zu verstehen. Trotzdem treten auch bei diesem Verfahren so viele Schwierigkeiten auf, daß es noch nicht gelungen ist, mit eigenen Beobachtungsdaten ein befriedigendes Ergebnis zu erzielen: Die erforderlichen Beobachtungen erstrecken sich nämlich über ein halbes Jahr und beliebige Uhrzeiten während der Nacht. Darüberhinaus müssen die Verfinsterungszeitpunkte auf wenige Sekunden genau bestimmt werden. Für eine genaue Auswertung muß außerdem berücksichtigt werden, daß die Bahnen von Erde und Jupiter exzentrisch sind und die Bahnebenen von Erde, Jupiter und Io nicht übereinstimmen.

Venusdurchgänge vor der Sonne

Während eines Durchganges bildet die Sonnenscheibe ein vorzügliches Bezugssystem für Parallaxenmessungen an Venus (s. Bild 4). Deshalb lieferte das von *Halley* vorgeschlagene Verfahren, die von verschiedenen Orten der Erde aus zu beobachtenden Sehnenlängen über die Kontaktzeiten zu messen, (nach allerdings sehr aufwendigen Auswertungen) für lange Zeit den besten Wert für die Sonnenparallaxe ([16], [15]).

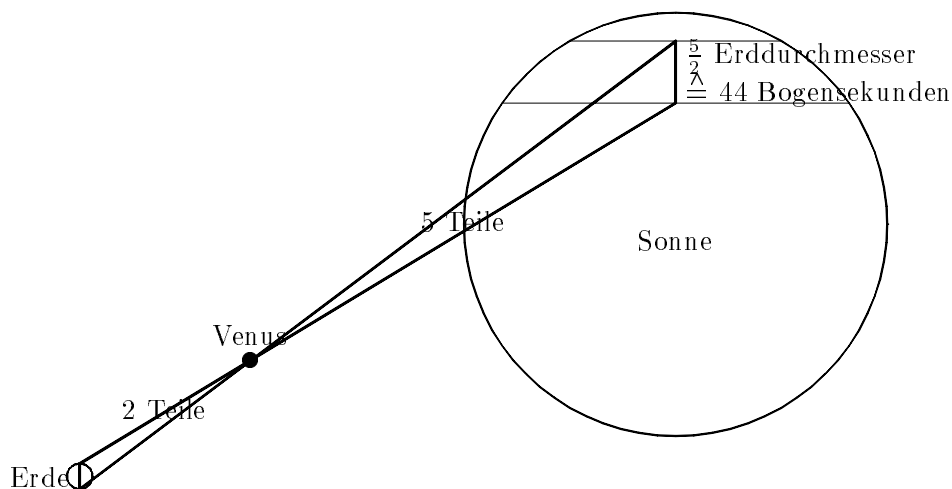


Bild 4: Die Projektion des Erddurchmessers auf die Sonne bei Venusdurchgang (nach [6])

Die wesentlichen Probleme dieses Verfahrens liegen auf der Hand: Venusdurchgänge sind sehr selten (nach den Ereignissen 1874 und 1882 folgen die nächsten erst 2004 und 2012). Die Beobachtungen müssen sekundengenau sein, und die Beobachtungsorte müssen auf der ganzen Erde verteilt werden. Da Venus die Sonnenscheibe nie zentral durchquert, ist die genaue Auswertung ein kompliziertes dreidimensionales Problem, dessen wesentliche Schritte heute allerdings mit nicht zu komplizierten Computerprogrammen nachvollzogen werden können ([12], [2]).

Störung der Mondbahn durch die Sonne

Allein aufgrund der gegenseitigen Gravitationsanziehung würde der Mond eine Ellipsenbahn um die Erde durchlaufen. Allerdings wechselwirken beide Körper zusätzlich mit der Sonne.

Betrachtet man deshalb die Mondbewegung im rotierenden Bezugssystem, in dem Erde und Sonne ruhen, tritt (ähnlich wie bei der Gezeitenwirkung) eine Störungskraft auf, die den Mond während des 2. und 3. Viertels von der Sonne fort und während des 4. und 1. Viertels auf die Sonne zu beschleunigt.

Die Wirkung dieser Störung ist allerdings bereits qualitativ schwierig zu verstehen. Der Effekt ist zudem sehr klein: Der Einfluß auf die Länge der Mondviertel beträgt etwa 17 Minuten – bei einer Schwankung aufgrund der Mondbahnexzentrizität zwischen 13.5 und 16 Tagen!

Messung der Parallaxe eines Kleinplaneten

Im November 1996 wurde versucht, durch internationale Zusammenarbeit im Rahmen des Projektes Astronomy On-Line die frühe Idee von *Kepler* und die erste erfolgreiche Messung durch *Cassini* und *Richer* mit modernen, aber einfachen Mitteln nachzuvollziehen ([3]). Dabei wurde jedoch nicht Mars beobachtet, da er zum Zeitpunkt der heißen Phase des Projektes zu weit von der Erde entfernt war und wegen seiner Helligkeit präzise Positionsmessungen wahrscheinlich schwierig gewesen wären. Stattdessen wurden einige Kleinplaneten anvisiert, die zum fraglichen Zeitpunkt in Opposition zur Sonne standen, der Erde deshalb relativ nahe und während der ganzen Nacht zu beobachten waren.

Durchführung, Probleme und Ergebnisse dieses Projektes sollen in einer folgenden Veröffentlichung beschrieben werden. Da ein zusammenfassender Bericht aber bereits im Internet verfügbar ist ([19]), werden hier nur die wichtigsten Ergebnisse zusammengefaßt:

- Zwar scheiterte die geplante weltweite Zusammenarbeit mit anderen Schüler- und Studentengruppen, insbesondere wegen einer zusammenhängenden Wolkendecke über ganz Europa, aber zwei professionelle Observatorien (Haute Provence und La Silla) fotografieren simultan mehrmals den Kleinplaneten Semiramis.
- Das „Übereinanderlegen“ der Bilder ergab einen *sichtbaren* Parallaxeneffekt – bei einer Distanz von fast genau 1 AE!
- Auswertung der Bilder führte zu folgendem Wert für die Sonnenparallaxe:

$$\Pi_{\text{Sonne}} = 8.7'' \pm 0.2''.$$

- Das Verfahren erwies sich als so genau, daß es möglich wurde, aufgrund der Parallaxenergebnisse die Computeruhr in der Haute Provence von Koblenz aus um 7 Minuten zu korrigieren!

Diese Methode eröffnet eine ganz neue Möglichkeit, mit amateurastronomischen Mitteln (die Brennweiten der Teleskope von über 7 Metern erwiesen sich als deutlich größer als erforderlich!) in der Schule die Astronomische Einheit aus eigenen Meßwerten abzuleiten – und das mit einem Verfahren, dessen Prinzip sich eng an die erste moderne Messung durch *Cassini* und *Richer* anlehnt. Die erforderliche internationale Kooperation sollte dabei weniger als Problem, denn als Chance aufgefaßt werden. Es scheint jedoch sogar möglich zu sein, sich im Laufe einer Nacht durch die Erdrotation an einen anderen Ort bringen zu lassen, die zweite Positionsmessung also von *derselben* Beobachtungsstation aus zu machen. Da dabei der Asteroid aber nicht stillhält, wachsen die Anforderungen an die benutzte Theorie und die Empfindlichkeit des Verfahrens gegenüber Beobachtungsfehlern und numerischen Ungenauigkeiten erheblich.

Dopplerverschiebung von Sternspektren

Die Lage von Linien im Spektrum eines Sternes schwankt im Rhythmus der Jahreszeiten, weil die Erde aufgrund ihrer Bewegung um die Sonne sich von dem Stern entfernt oder sich auf ihn zubewegt.

Der Effekt ist allerdings sehr klein ($\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 0.0001$) und erfordert deshalb extrem hochauflösende Spektren ([13]). Im allgemeinen ist auch die Auswertung nicht einfach, weil der Stern nicht in der Ekliptikebene liegt und sich die Erde bei Aufnahme des Spektrums nicht genau in Richtung der Verbindungslinie Stern – Erde bewegt⁴.

Diskussion und Vorschläge

Das Prinzip der meisten Methoden zur Messung der Astronomischen Einheit ist nicht schwierig zu verstehen. Untersucht man sie aber genauer, offenbaren sich zahlreiche Schwierigkeiten meßtechnischer, organisatorischer und theoretischer Art. Die wesentliche Ursache dafür ist die *sehr große Entfernung* der Sonne. Sie hat zur Folge, daß alle Effekte *sehr klein* sind. Experimente zu ihrer Messung und deren Auswertung sind deshalb *sehr schwierig*.

Diese Schwierigkeiten sind jedoch im besten Sinne *exemplarisch* im Sinne *Wagenscheins*: Bei dem Versuch, die Details der Messung der Astronomischen Einheit genau zu verstehen und zu guten Ergebnissen zu kommen, können Schüler erleben und erfahren, „wie es möglich ist, Physik zu betreiben“, wie man also „so etwas wissen kann“. Dabei besteht die Chance, das „Wissen“ der Lernenden zu ihrem „Besitz“ werden zu lassen, indem sie bei der Untersuchung eine *Vorstellung* von der Größe der Sonnenentfernung entwickeln können. Darüberhinaus ermöglicht das Ergebnis Aussagen über die Größe und Masse der Sonne. Es stellt damit einen Schlüssel zum heliozentrischen System und für die Größe der Welt dar. Die Fragestellung eröffnet deshalb nicht nur einen Zugang zur Geschichte der Physik, sondern auch zur eigentlichen Astrophysik.

Eigene Messungen können versucht werden zur Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond bei Halbmond (siehe [1]) und bei Io-Verfinsterungen ([8]). *Eigene Auswertungen* vorgegebener historischer, moderner oder simulierter Meßergebnisse scheinen darüberhinaus möglich bei der Doppler-Verschiebung von Sternspektren ([13], [4]) und evtl. bei Venusdurchgängen ([12], [5]).

Neuerdings wird es möglich, mit Amateurgeräten, Teleskopen großer Brennweite und CCD-Kameras, die bereits an manchen Schulen vorhanden sind, Positionsmessungen an Kometen⁵ oder Kleinplaneten durchzuführen, deren Genauigkeit eine Parallaxenbestimmung zuläßt. Die dazu erforderliche internationale Zusammenarbeit wird durch das Internet ermöglicht, ein inhaltlich sinnvoller Anlaß, sich mit seinen Möglichkeiten vertraut zu machen.

Ich möchte deshalb mit diesem Aufsatz zu weiteren Untersuchungen und Elementarisierungsversuchen anregen; denn ich bin überzeugt, daß trotz aller Schwierigkeiten bei dem Versuch, die Sonnenentfernung selbst zu bestimmen oder zumindest Messung und Auswertung nachzuvollziehen, auf verschiedenen Verständnisebenen viel über Astronomie und Physik, ihre Probleme, ihre Methoden und ihre Geschichte gelernt werden kann. *Das gilt meines Erachtens auch dann, wenn der Versuch zu keinem befriedigenden Zahlenwert führt!*

⁴Der Versuch, durch einen Beobachtungsantrag im Rahmen des Projektes Astronomy On-Line die Aufnahme entsprechender Spektren von Regulus zu initiieren ([4]), schlug leider fehl.

⁵So wurde kürzlich der Komet Hyakutake simultan von Dänemark und Portugal angepeilt und seine Entfernung erfolgreich bestimmt ([18]).

Literatur

- [1] Backhaus, U., *Beobachtung von Planetenbahnen und ihre Auswertung*, MNU 45/8, 483 (1992).
- [2] Backhaus, U., *Computerprogram „Finsternis“*, kann gegen Einsendung einer formatierten Diskette und eines frankierten DinA5-Rückumschlages bezogen werden.
- [3] Backhaus, U. et al., *Measuring the Distance to the Sun*, Astronomy On-Line, <http://www.eso.org/astronomyonline/market/collaboration/solpar/> .
- [4] Backhaus, U. et al., *Doppler-Effect due to the Earth's Motion*, Astronomy On-Line, <http://www.eso.org/astronomyonline/market/observation/abstracts/abstract-0003.html> .
- [5] Gottwald, M., *Venusdurchgänge und die Astronomische Einheit*, Staatsexamensarbeit, Koblenz 1996.
- [6] Herrmann, D. B., *Kosmische Weiten - Geschichte der Entfernungsmessung im Weltall*, J. A. Barth: Leipzig 1977.
- [7] Neumann, H.-L., *Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durch Ole Roemer*, Praxis der Naturwissenschaften/Physik 37/4, 16 (1988).
- [8] Quast, U., Backhaus, U., *Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Römers Verfahren mit Hilfe eines astronomischen Kalenders*, Naturwissenschaften im Unterricht (Physik/Chemie) 35/7, 35 (1987).
- [9] Römer, O., *Eine Demonstration der Bewegung des Lichtes*, Übersetzung der Originalarbeit von 1676, in S. Sambursky (Hrsg.): *Der Weg der Physik*, dtv 6093: München 1978.
- [10] Schlosser, W., Schmidt-Kaler, T., Milone, E. F., *Challenges of Astronomy*, Springer: New York usw. 1991.
- [11] Sobel, D., *Längengrad*, Berlin Verlag: Berlin 1996.
- [12] Stapelberg, J., *Planetenvorübergänge – Ein Beispiel für die Messung der Astronomischen Einheit*, Staatsexamensarbeit, Osnabrück 1995.
- [13] Struve, O., *Astronomie*, de Gruyter, Berlin 1967.
- [14] Vornholz, D., Backhaus, U., *Wer hat recht – Aristarch oder der Sextant*, *Astronomie und Raumfahrt* 31, 20 (1994).
- [15] Wolf, R.: *Handbuch der Astronomie ihrer Geschichte und Litteratur*, Zürich 1890-1891, nachgedruckt bei Olms: Hildesheim 1973.
- [16] Woolf, H.: *The Transits of Venus*, Princeton University Press: Princeton 1959.
- [17] Winther, M. et al., *Determining the Earth-Moon Distance*, <http://www.eso.org/astronomyonline/collaboration/soleclipse/>.
- [18] Winther, M., *The Parallax Effect: Comet Hyakutake* (a prize awarded school project), <http://login.dknet.dk/~ags/ags2.html>.
- [19] Backhaus, U., *Measuring the Distance to the Sun: Final Report*, Astronomy-On-Line, <http://www.uni-koblenz.de/~backhaus/aol/finalrep.htm> .



Bild 1: Dreiecke, in denen man Winkel messen muß, wenn man a) die Sonnenparallaxe von der Erde aus direkt messen, b) die Sonnenentfernung mit der Mondentfernung vergleichen, c) die Mondentfernung direkt trigonometrisch bestimmen will.

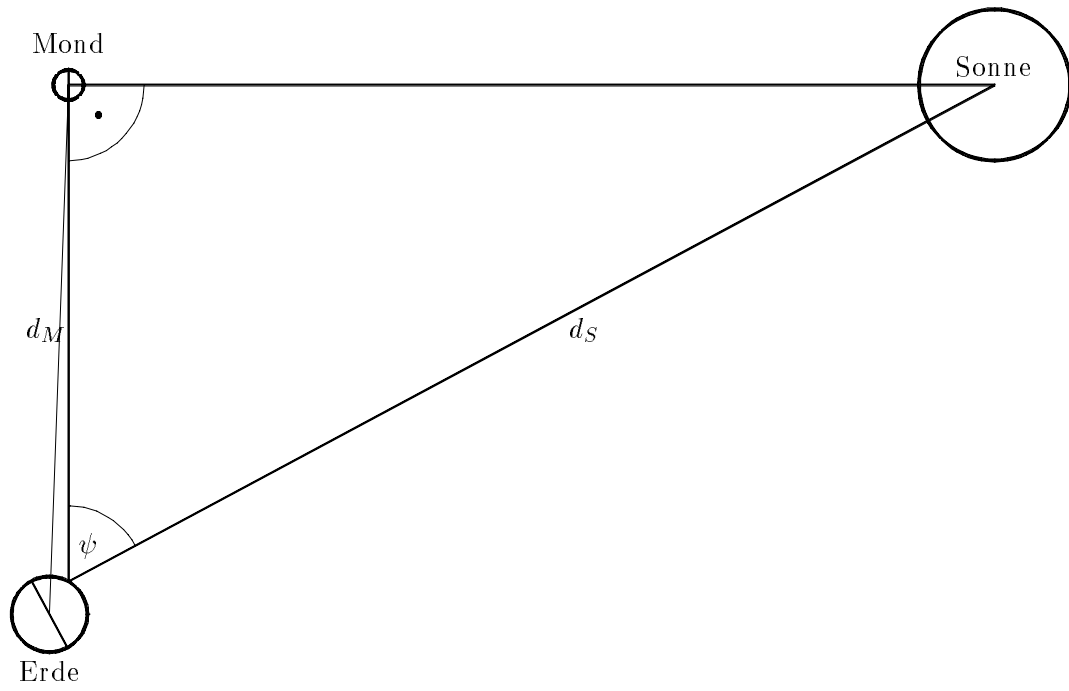


Bild 2: *Aristarchs* Idee zur Messung der Sonnenentfernung bei Halbmond

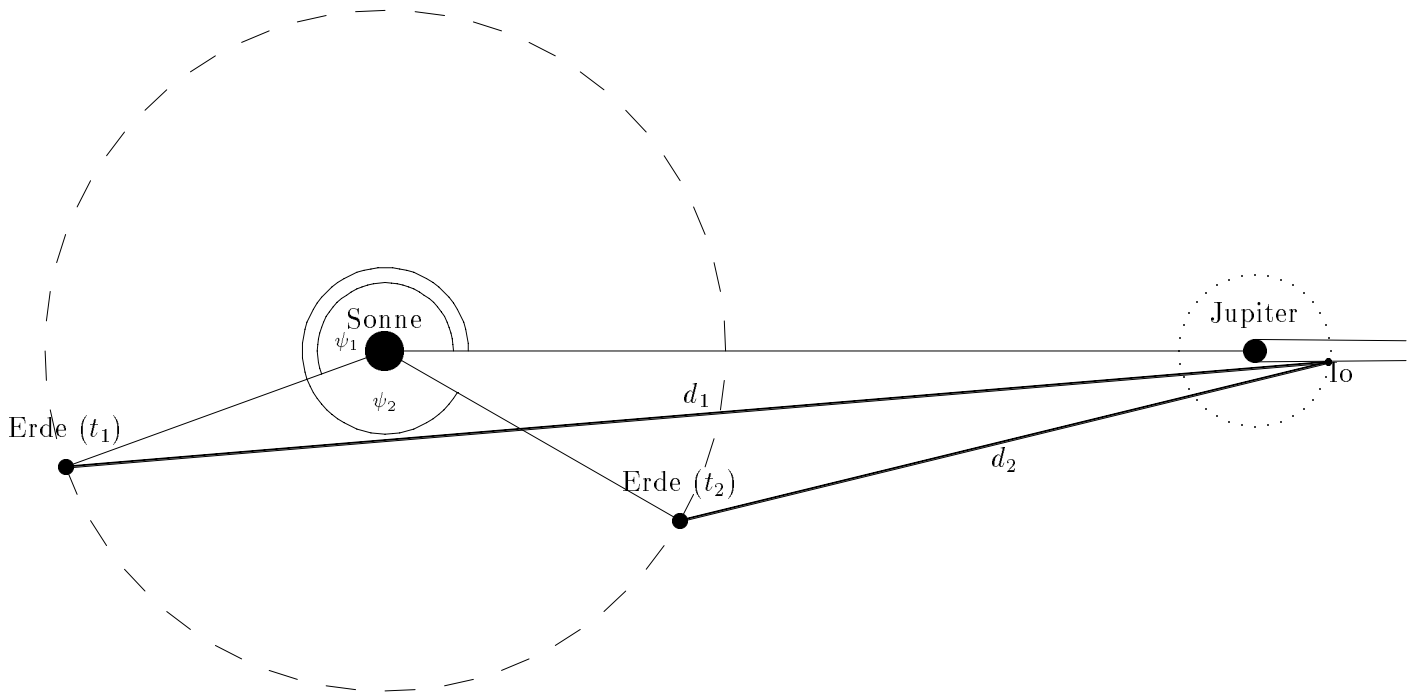


Bild 3: Messung der Astronomischen Einheit durch Beobachtung von Io-Verfinsterungen:
 Der Jupitermond Io hat eine *synodische* Umlaufzeit von T_{Io} . Zwischen t_1 und t_2 haben n Io-Umläufe stattgefunden. Ios Verfinsterung müßte also zur Zeit $t_1 + nT_{Io}$ stattfinden. Sie wird aber zum früheren Zeitpunkt t_2 beobachtet.
 Die Zeitdifferenz ist ein Maß für die Veränderung des Abstandes zwischen Erde und Jupiter.

$$d_1 - d_2 = c(t_1 + nT_{Io} - t_2)$$

Bei bekanntem Bahnradius von Jupiter (in AE) und bekannten Winkeln ψ_1 und ψ_2 , die sich aus den seit der letzten Jupiteropposition vergangenen Zeiten t_1 und t_2 und der Umlaufzeit (im rotierenden Bezugssystem, in dem Jupiter ruht, ist das die synodische Umlaufzeit von Jupiter) ergeben, kann $d_1 - d_2$ in Vielfachen einer AE berechnet werden:

$$d_1 - d_2 = \alpha AE \quad \implies \quad 1AE = \frac{c}{\alpha}(t_1 + nT_{Io} - t_2)$$

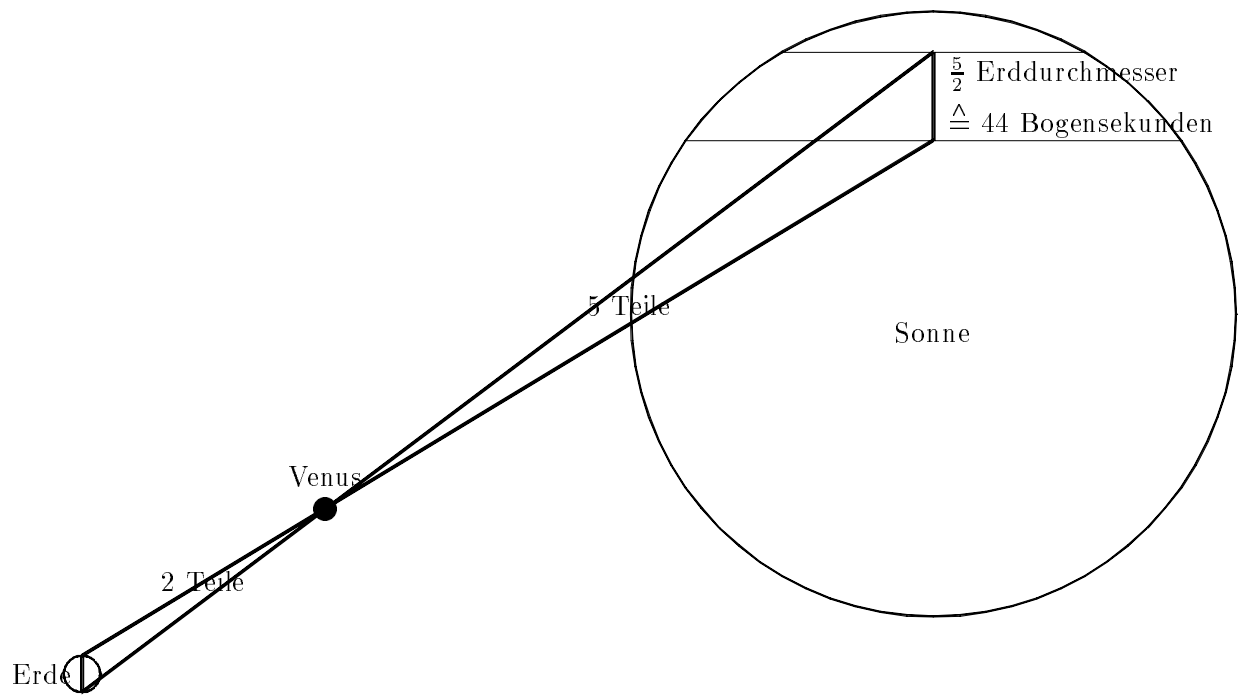


Bild 4: Die Projektion des Erddurchmessers auf die Sonne bei Venusdurchgang (nach [6])

Tabelle 1: Die Entwicklung der Sonnenparallaxe

| Jahr | Parallaxe | Methode |
|-------------|----------------|---------------------------------|
| ≈250 v.Chr. | ≈ 170'' | Halbmond (Aristarch) |
| 1618 | < 60'' | Marsparallaxe (Kepler) |
| 1650 | ≈ 14'' | Halbmond (Wendelin) |
| 1672 | 9''.5 | Marsparallaxe (Cassini) |
| 1761 | 8''.5 – 10''.5 | Venusdurchgang (Halley) |
| 1769 | 8''.5 – 8''.8 | |
| 1824 | 8''.58 | Auswertung 1761, 1769 (Encke) |
| 1854 | 8''.83 | Mondbahn (Hansen) |
| 1874 | 8''.80 | Venusdurchgang (Auwers) |
| 1909 | 8''.800 | Sternspektren |
| 1941 | 8''.790 | Eros–Opposition 1930/31 (Jones) |
| 1961-1964 | 8''.79418 | Radarmessungen an Venus |
| 1996 | 8.7''±0.2'' | Astronomy On-Line ([19]) |